

**TENTAMEN:** Matematisk statistik och diskret matematik D2 (MVE055/MSG810)

**Tid och plats:** Onsdagen den 16 januari 2008, kl. 14.00–18.00, VV-salar.

**Jour:** Marcus Isaksson, tel 0708-527663. Besöker tentamenssalen ca kl 15.30, 17.00.

**Tillåtna hjälpmedel:** Chalmersgodkänd räknare och Beta.

**Betygsgränser:** 3: 12 poäng, 4: 18 poäng, 5: 24 poäng. Maximalt antal poäng är 30.

1. (3p) Enligt statistik över nyregistrerade bilar under 2007 var 18% miljöbilar. Av miljöbilarna var 12% dieslbilar. Hela 30% av alla nyregistrerade bilar var dock dieslbilar som inte var miljöbilar.

Om vi väljer ut en slumpmässig (under 2007 nyregistrerad) bil, vad är då sannolikheten att den är dieseldriven?

2. (3p) Låt  $X$  och  $Y$  vara stokastiska variabler med  $E[X] = 2$ ,  $\sigma_X = 3$ ,  $E[Y] = 5$ ,  $\sigma_Y = 4$  samt  $\text{Cov}(X, Y) = -6$ . Beräkna

- a)  $\text{Var}[X + 2Y]$
- b) Korrelationskoefficienten  $\rho_{XY}$
- c)  $E[XY]$

3. (3p) En chokladfabrik har gjort chili-choklad och följt ett recept där hela kärnor från torkade piri-piri blandas ut väl i smält choklad för att därefter stelna till praliner i små former om vardera 5 ml. Kärnornas fördelning i chokladmassan kan antas följa en poissonprocess med intensiteten 800 kärnor per liter.

- a) Vad är sannolikheten att en given pralin (5 ml) innehåller 10 kärnor eller mer?
- b) Chokladen säljs i påsar om 40 praliner. Ange väntevärde och standardavvikelse för antalet praliner i en påse som innehåller 10 kärnor eller mer.

4. (4p) Du singlar slant fyra gånger. Låt  $Y$  vara det största antal gånger som du får klave i följd. T.ex. blir  $Y = 2$  om du singlar klave-krona-klave-klave, men  $Y = 3$  om du singlar krona-klave-klave-klave. Beräkna  $E[Y]$  och  $\text{Var } Y$ .

5. (3p) En 5500 m lång tunnel ska byggas genom att en tunnelbormaskin saktar borrar sig igenom berget och placerar 2.20 m breda betongringar efter varandra och på så sätt bildar ett 5500 m långt betongrör. Om varje ring var exakt 2.20 m bred skulle det alltså krävas 2500 ringar. Onograntheten vid tillverkningen och utplaceringen innebär dock att varje rings bredd varierar något.

Låt oss anta att varje ring därför förlänger tunnelns längd med en sträcka som är normalfördelad med väntevärde 2.20 m och standardavvikelse 2 cm, oberoende av övriga ringar. Vad är sannolikheten att den sista betongringen inte behövs, dvs att tunneln är minst 5500 m redan efter att 2499 ringar har placerats?

6. a) (1.5p) Ange den genererande funktionen för serien 0,8,1,6.  
b) (1.5p) Ange den momentgenererande funktionen för en stokastisk variabel  $X$  som antar de fyra värdena 0,8,1,6 med lika stor sannolikhet.

7. (5p) Vid spel på ett roulettehjul rullar en kula runt och stannar efter ett tag på en av 37 möjliga siffror från 0 till 36. Siffran 0 är grön och av övriga siffror är 18 svarta och 18 röda. Hos ett perfekt hjul är sannolikheten för varje siffra lika stor. Du spelar på ett hjul och börjar misstänka att alla siffror inte är lika sannolika. För att undersöka detta bestämmer du dig för att räkna antalet röda siffror under 200 spel. Resultatet blir 87.
- Ange ett 90%-igt konfidensintervall för sannolikheten  $p$  att få en röd siffra.
  - Kan du med 90% konfidens dra slutsatsen att sannolikheten för röda siffror är mindre än den borde vara?
  - Med  $n = 200$  blir konfidensintervallet ganska stort. Hur stort bör  $n$  väljas om du vill ha ett konfidensintervall på formen  $\hat{p} \pm d$  där  $d \leq 1\%$

(Kulan rullas på ett sätt som gör att du kan anta att resultatet av varje spel är oberoende och likafördelat)

8. (3p) Låt  $Y_1, \dots, Y_n$  vara ett slumpmässigt stickprov av  $Y$  vars täthetsfunktion är

$$f_Y(y) = \frac{2y}{\theta^2}, \quad 0 \leq y \leq \theta, \quad \text{där parametern } \theta > 0$$

För vilket värde på  $c$  är  $\frac{c}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$  en väntevärdesriktig skattare för  $\theta$ ?

9. (3p) Du spelar ett dataspel som är uppdelat i tre nivåer (I,II och III). Man börjar spelet på nivå I. Om man klarar en nivå går man vidare till nästa, om man inte klarar en nivå så halkar man ned en nivå (såvida man inte redan är på nivå I). När man har klarat sista nivån (III) så har man klarat spelet. Det tar en minut att spela en nivå. Du bedömer dina chanser att klara nivå I,II och III till 50%, 20% resp. 10% i varje försök. Antag att dessa sannolikheter är konstanta (dvs, du blir inte bättre med tiden) och att resultatet av ett försök på en nivå är oberoende av tidigare resultat. Vad är väntevärdet av den tid det tar att klara hela spelet?

Lycka till!