Svar till tentamen i Matematisk statistik IT (TMS155), 24 augusti 2004

OBS: Detta är bara kortfattade, ibland ofullständiga, svar, dvs långt ifrån hur lösningarna på en tenta ska se ut!

1. a) Exempelvis: Binomial: antal 2or vid 7 tärningskast. Geometriskt: Antal lotter man måste ta tom. första vinstlotten. Normalfördelat: en nyfött barns längd och vikt.
   b) Se bok.

2. a) $\int_{-1}^{2} x^2/3dx = ... = 1$ samt $0 \leq f(x) \leq 1$ för $-1 \leq x \leq 2$
   b) $P(-0.5 < X < 0.5) = \int_{-0.5}^{0.5} x^2/3dx = ... \approx 0.028$
   c) $E[X] = \int_{-1}^{2} x^3/3dx = ... = 1.25$

3. $P(Y = 2, X = 6) = 0.25 - 0.1 - 0.05 = 0.1$,
   $0.1 = P(Y = 2, X = 0) = P(Y = 2)P(X = 0) = .25P(X = 0) \to P(X = 0) = 0.4$,
   $P(Y = 1, X = 0) = P(Y = 1)P(X = 0) = 0.75 \cdot 0.4 = 0.3$,
   Pss fås $P(Y = 1, X = 3) = 0.15, P(Y = 1, X = 6) = 0.3$.

4. Se bok.

5. 40 st observationer tillräckligt stort för att medelvärdet av tiderna, $\overline{X}$, ska vara approximativt normalfördelat. Då blir konfidensintervallet
   $(\overline{X} - t_{\alpha/2}s/\sqrt{n}, \overline{X} + t_{\alpha/2}s/\sqrt{n}) = (40.34, 43.66)$.

6. X = antal patienter vars blodtryck sänks $\sim Bin(100, p)$, där p= slh för sänkt blodtryck. X är approximativt normalfördelad $N(100 \cdot 0.6, \sqrt{100 \cdot 0.6 \cdot 0.4})$.
   $H_0 : p = 0.6$
   $H_a : p > 0.6$.
   Testnivå 99 %.

   $$P(X \geq 70) \approx 1 - \Phi(\frac{10}{10\sqrt{0.6 \cdot 0.4}}) \approx 0.021 > 0.01.$$

   Kan ej förkasta.

   Med kontinuitetskorrektion fås $P(X \geq 70) \approx 0.026$.

7. Se bok.

8. a) $P(X > s + t|X > s) = P(X > s + t)/P(X > s) = \exp\{-\lambda(s + t)\}/\exp\{-\lambda s\}$
   $= \exp\{-\lambda t\} = P(X > t)$.
   b) Om X är livslängd så betyder det att åldern inte spelar någon roll för återstående livslängd.

9. X= Davids vinst. $f_X(10) = f_X(5) = f_X(-20) = 5/30 = 1/6, f_X(0) = 15/30 = 1/2$.
   $E[X] = 10/6 + 5/6 - 20/6 = -5/6 \approx -0.83$ kronor.

10. a) $P(X > 5100) = 1 - \Phi(1) = 0.1587$
    b) Sammanlagd livslängd $\sum X_i$ approximativt normalfördelad $N(5000, \sqrt{500 \cdot 100})$,
    $P(\sum X_i > 5100) \approx 1 - \Phi(100/(10\sqrt{500})) = 0.3264$.
    c)$\sum X_i - X$ approximativt normalfördelad $N(5000 - 5000, \sqrt{500 \cdot 100 + 10000})$
    $P(\sum X_i < X) = P(\sum X_i - X < 0) \approx \Phi(0) = 0.5$