

TENTAMEN: Matematisk statistik och diskret matematik (MVE055/MSN620)

Tid och plats: Tisdagen den 28 augusti 2007, kl. 8.30–12.30, VV-salar.

Jour: Marcus Isaksson, tel 0708-527663. Besöker tentamenssalen ca kl 10.00, 11.30.

Tillåtna hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknare och Beta.

Betygsgränser: 3: 12 poäng, 4: 18 poäng, 5: 24 poäng. Maximalt antal poäng är 30.

1. (4p) En standardkortlek innehåller 52 kort uppdelade på fyra olika färger (hjärter, spader, klöver och ruter). Det finns 13 kort av varje färg.

Vad är sannolikheten för att fem slumpmässigt dragna kort har samma färg om:

- korten dras **med återläggning**, dvs efter att ett kort har dragits och dess färg noterats läggs kortet tillbaka i kortleken som blandas om innan nästa kort dras.
- korten dras **utan återläggning**, dvs de fem översta korten ur en välblandad lek plockas upp.

2. (3p) Du kastar en ideal sexsidig tärning om och om igen.

- Om X är antal kast som krävs tills du får en etta så är förstås $E[X] = 6$. Vad är standardavvikelsen för X ?
- Om du kastar tärningen sex gånger och låter Y vara antalet ettor som observeras så är $E[Y] = 1$. Vad är $P(Y > 1)$? (dvs sannolikheten att du får minst två ettor)

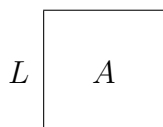
3. (3p) Ett företag som tillverkar en viss typ av ventiler vill kontrollera variationen hos ventilernas ytterdiameter. De mäter 10 slumpmässigt utvalda ventiler och noterar (mm):

10.03 9.82 9.97 10.00 10.13 10.01 9.89 9.92

Anta att diametern är normalfördelad och:

- ange ett 90%-igt konfidensintervall för diameterns varians.
- ange ett 90%-igt konfidensintervall för diameterns standardavvikelse.

4. (4p)



Sidlängden L hos en kvadrat väljs likformigt på intervallet $[0, 2]$.

Ange väntevärde, täthetsfunktion samt fördelningsfunktion för kvadratens **area** A .

5. (3p) En glödlampa i en lyktstolpe byts mot en ny så fort den går sönder. Anta att bytena följer en poissonfördelning och att det i snitt krävs 5 byten per år. (Du kan anta att alla år är lika långa, dvs att det inte finns några skottdagar).

- Vad är sannolikheten att det ett visst år krävs exakt 5 byten?
- Ange väntevärde och standardavvikelse för den tid (mätt i antal år) som det dröjer innan dett första bytet sker ett visst år.

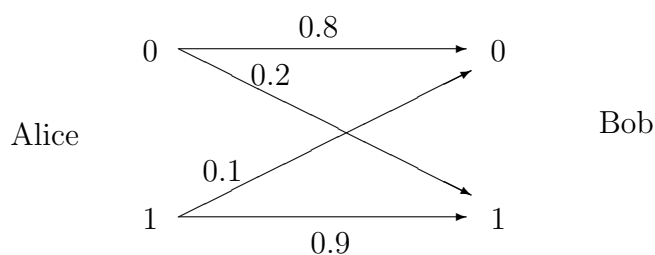
6. (3p)

- a) Ange den genererande funktionen för sekvensen 1, 2, 3.
- b) Ange den sekvens vars genererande funktion är $\frac{1-x^5}{1-x}$.

7. (3p) Ett nationellt prov för sistaårsgymnasister är kalibrerat så att antalet poäng för en slumpmässigt utvald sistaårsgymnasist är (approximativt) normalfördelat med väntevärde 500 och standardavvikelse 100.

Vad är det minsta antal poäng som du behöver få på provet om du vill tillhöra de 10% med högst resultat?

8. (3p)



Ett kommunikationssystem bestående av en sändarantenn och en mottagarantenn som är konstruerat för att skicka ettor och nollor påverkas av brus på så sätt att när en etta skickas så registrerar mottagaren en etta med sannolikheten 0.9 och en nolla med sannolikheten 0.1, och när en nolla skickas så registrerar mottagaren en nolla med sannolikheten 0.8 och en etta med sannolikheten 0.2.

Anta nu att Alice som sitter vid sändarantennen singlar en slant och skickar iväg en etta eller en nolla med sannolikheten $\frac{1}{2}$ vardera. Om Bob som sitter och lyssnar vid mottagarantennen registrerar en etta, vad är då den betingade sannolikheten att Alice faktiskt skickade en etta?

9. (4p) En processortillverkare har under senaste veckan tillverkat 100 000 enheter av en viss processortyp. 1000 av dessa har valts ut slumpmässigt och kontrollerats noggrant och av dessa var 5 defekta.

Ledningen kräver att max 1 % av produktionen är defekt. Kan du med 95 % konfidens hävda att kravet är uppfyllt?

Välj en lämplig statistisk metod att använda!

Lycka till!