

**EXAM:** Matematisk statistik och diskret matematik D (MVE055/MSG810)

**Tid och plats:** Onsdag den 11 januari 2012, kl. 14.00–16.00, V.

**Jour:** Fredrik Boulund, tel. 0737-706 629.

**Hjälpmedel:** Chalmersgodkänd miniräknare och som mest en (tvåsidig) A4 ark med egna anteckningar. Tabeller med lämpliga statistiska fördelningar är givna.

**Betyg:** Maximala antalet poäng: 10. Du måste få åtminstone 3 poäng på denna tenta. För det slutgiltiga betyget de poäng som du får här kommer att kombineras med poängen från VLE tentor enligt följande skala. 3: 12 poäng, 4: 18 poäng, 5: 24 poäng.

**Motivation:** Alla svar/lösningar ska vara motiverade.

**Språk:** Det finns en svensk och en engelsk version av frågorna. Du kan skriva dina svar på bägge av dessa språk.

**VIKTIGT:** Det finns två versioner av tentan. En för nuvarande studenter och en för studenter från föregående åren som väljer att göra en “old style” tenta. Detta är “new style” tentan.

1. (1p) Om  $0 \leq \alpha \leq 1$  och  $g(x)$ ,  $h(x)$  är kontinuerliga frekvensfunktioner, visa att  $d(x) = \alpha g(x) + (1 - \alpha)h(x)$  är också en kontinuerlig frekvensfunktion
2. (3p) Låt  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  vara en vektor av fixa tal (vikter). För ett stickprov  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  definiera den **viktade summan** som

$$\bar{X}_w = \sum_{i=1}^n w_i X_i.$$

Svara på följande (kom ihåg att ett stickprov betyder att punkterna är oberoende och likafördelade):

- a) Hitta villkor för  $\mathbf{w}$  som gör  $\bar{X}_w$  till en väntevärdesriktig skattare av väntevärdet för fördelningen från vilken  $X_i$  är tagna. Om dessa villkor gäller så kallas  $\bar{X}_w$  ett **viktad medelvärde**.
  - b) (2p) Bestäm vad är variansen av ett viktad medelvärde (i termer av vikter  $\mathbf{w}$ ) om varje  $X_i$  har variansen  $\sigma^2$ .
3. (3p) Tänk dig ett enkelt hasardspel där du satsar  $n$ kr, kastar ett mynt (med sannolikheten för klave  $p$ ) och vinner  $n$ kr om du får klave samt förlorar  $n$ kr om du får krona. Tänk dig nu följande strategi för att spela spelet:
    - Börja med att satsa 1kr.
    - Varje gång du förlorar, satsa dubbelt så mycket på nästa kast.
    - Så fort du vinner, avsluta.
  - a) Låt  $K$  vara antalet gånger som du satsar i detta spel. Vad är fördelningen för  $K$ ? Härled också den motsvarande frekvensfunktionen.
  - b) Låt  $X$  vara beloppet som du satsar i den sista turen (den du vinner). Vilka möjliga värden kan  $X$  anta och varför? Härled formeln för frekvensfunktionen för  $X$ , dvs  $P(X = x)$ .
  - c) Beräkna, genom att använda definitionen för väntevärde, väntevärden av  $K$  och  $X$  (beroende på värdet av  $p$ ). Kan du se vad som är konstigt med dem? Vilket problem med denna spelstrategi avslöjar de?
4. (3p)
    - a) Ge definitionen för den momentgenererande funktionen av en stokastisk variabel  $X$  och diskutera relationen mellan denna och en genererande funktion.
    - b) Beräkna den momentgenererande funktionen av en geometriskt fördelad stokastisk variabel med parameter  $p$ .

- c) Använd momentgenererande funktionen till att beräkna väntevärde och varians av en geometrisk fördelad stokastisk variabel.

Lycka till! Good luck!