

INGA LÖSNINGAR ERHÅLLNA!

MVE090 Matematisk statistik Z, 7.5 hp

Tentamen 16 januari 2013 em

Tillåtna hjälpmedel: Valfri räknedosa utan lagrad information om kursen, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

Examinator: Tommy Norberg.

Telefonjour: Tommy Norberg, ankn 3528 eller 0730 79 42 09.

Maximalt antal tentamenspoäng är 30, av dessa krävs normalt 12 för godkänt betyg och 18 resp 24 för 4:a och 5:a. Obs att ev bonus från duggan endast gäller godkäntnivån.

Svar och lösningar till följande 8 uppgifter skall motiveras om ej annat sägs. Tänk på att sannolikheter bör ges med minst tre korrekta värdesiffror. Avrunda med förstånd för övrigt.

Uppgifter

1. Om händelserna A och B är oberoende, innebär det att även komplementhändelserna A' och B' är oberoende? Bevisa eller motbevisa. (4 p)
2. Visa att

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \quad (3 \text{ p})$$

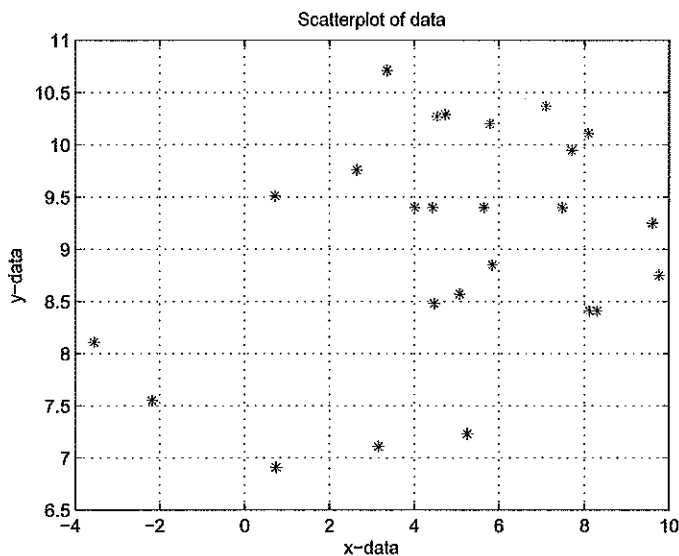
3. Sjukdomen S förekommer med frekvensen 1 på 10 000. Det går att med ett test avgöra om en person är infekterad eller ej. Tyvärr ger testet ibland felaktigt utslag. Anta att upptäckts- och falsklarmssannolikheterna är 0.99 resp 0.001. Om nu testet ger positivt utslag för en godtyckligt vald person, hur stor är då sannolikheten att hon verkligen är infekterad? (4 p)
4. Under de 4 senaste åren har det varit 96 trafikolyckor utmed en viss vägsträcka.
 - (a) Skatta olycksintensiteten. Tidsenheten ska vara månad. (1 p)
 - (b) Skatta förväntad tid mellan 2 olyckor. Samma tidsenhet. (1 p)
 - (c) Beräkna sannolikheten för minst 2 olyckor under en månad. (1 p)

När du löser denna uppgift får du inte använda dig av informationen i uppgift 5.

5. De 95 tiderna mellan olyckorna (j.f.r uppgift 4) hade medelvärdet $\bar{x} = 362.5$ timmar. Standardavvikelsen var $s = 379.32$. Punkt- och intervallskatta (med konfidensen 95%) olycksintensiteten. Räkna om ditt svar så att tidsenheten blir månad och jämför med svaret på (a) i ovanstående uppgift. (4 p)
6. Inför en lokal folkomröstning gjordes en enkät i syfte att undersöka befolkningens preferenser. Man frågade 1200 slumpmässigt utvalda personer huruvida de skulle rösta Ja på den fråga omröstningen gällde. Härvid svarade 541 ja, 493 nej och de resterande 166 valde att antingen låta bli att svara eller att svara vet ej. Om vi antar att dessa 166 ej kommer att delta i omröstningen, kan man då med stor säkerhet hävda att Ja-sidan kommer att vinna omröstningen. (3 p)

VGV →

7. (Forts av uppgift 6.) En vecka senare gjordes ytterligare en enkät. Denna gång svarade 699 ja och 603 nej. Precis som i föregående uppgift bryr vi oss inte om eventuella övriga tillfrågade. Jämför med den första enkäten och svara på frågan om ökningen för Ja-sidan är statistiskt säkerställd (d.v.s att differensen mellan proportionerna Ja-svarande med en rimlig konfidens är > 0). Du kan antingen svara genom att beräkna ett lämpligt konfidensintervall eller att genomföra ett lämpligt hypotestest. (4 p)
8. Här nedan ser du en s.k scatterplot av ett bivariat stickprov (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$, samt en sammanfattning av datan:



$$\begin{aligned}
 n &= 25 \\
 \sum x &= 120.84 \\
 \sum y &= 226.40 \\
 \sum x^2 &= 851.9686 \\
 \sum y^2 &= 2078.5970 \\
 \sum xy &= 1123.5385
 \end{aligned}$$

- (a) Skatta regressionslinjen $y = \beta_0 + \beta_1 x$. Vi antar att data är oberoende observationer Y_1, \dots, Y_n på nivåerna x_1, \dots, x_n och sådana att $Y_i \sim N(y_i, \sigma)$, där $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$. (2 p)
- (b) Skatta korrelationen ρ och testa på nivån 10% nollhypotesen $H_0 : \rho = 0$ mot alternativet $H_1 : \rho > 0$. Vi antar här att data är oberoende observationer (x_i, y_i) på en bivariat normalvariabel X, Y med korrelationen ρ . (3 p)