Inga lösningar erhållna!

MVE090 Matematisk statistik Z, 7.5 hp

Tentamen 16 januari 2014 fm

Tillåtna hjälpmedel: Valfri räknedosa utan lagrad information om kursen och utan möjlighet att ansluta till internet direkt eller via wi-fi, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

Examinator: Tommy Norberg, ankn 3528 eller 0730 79 42 09.

Telefonjour: Ankn 3528 eller 0730 79 42 09.

Maximalt antal tentamenspoäng är 30, av dessa krävs normalt 12 för godkänt betyg och 18 resp 24 för 4:a och 5:a. Obs att ev bonus från duggan endast gäller godkäntnivån.

Svar och lösningar till följande 7 uppgifter skall motiveras om ej annat sägs. Tänk på att sannolikheter bör ges med minst tre korrekta värdesiffror. Avrunda med förstånd för övrigt.

Uppgifter

1. Låt A, B vara två händelser sådana att $P(A) > 0$. Här följer tre antaganden.

   (a) Antag att $P(B|A) = P(B)$. (1 p)

   (b) Antag att $P(B|A) = 1$. (1 p)

   (c) Antag att $P(B|A) = 0$. (1 p)

   I alla tre fallen vill jag att du ska tala om hur händelserna A och B förhåller sig till varandra. Obs att svaren skall ej motiveras. Lämna inga uträkningar, bara svar.

2. Ett alternativ sätt att formulera Bayes sats i termer av odds och sannolikhetskvot, är

$$\frac{P(F|D)}{P(F^c|D)} = \frac{P(F)}{P(F^c)}\frac{P(D|F)}{P(D|F^c)}$$

   (a) Visa hur detta följer ifrån den formulering av Bayes formel vi studerat under kursen. (3 p)

   (b) Antag nu att F är en ovanlig händelse som förekommer ungefär i ett fall av sexhundra. Om den s.k sannolikhetskvoten (även kallad trolighetskvoten) $P(D|F)/P(D|F^c) = 25$, hur stor är då $P(F|D)$? (2 p)

3. Olycksintensiteten i en viss kommun i Sverige var år 2005 ca $\lambda = 1600$ per år. Under åren 2006–2012 har man arbetat intensivt med att förbättra trafikmiljön. Under år 2013 observerades 1480 olyckor. Hur starkt tyder detta på att förbättringsarbetet har varit framgångsrikt? (Ledning: Antalet olyckor under en tidsperiod är ungefär Poissonfördelad, och Poissonfördelningar med högt värde på parametern kan normalapproximeras.) (5 p)

4. Ett produktionssystem består i tillförlitlighetssynpunkt av tre seriekopplade delsystem, kallade A, B, C. Tillförlitligheten hos dessa är $p_A = p_B = 0.99$ och $p_C = 0.9$.

   (a) Beräkna produktionssystemts tillförlitlighet. (2 p)

   (b) Hur stor blir tillförlitligheten om man inför en back-up till komponent C? (2 p)

5. Vid ett tillfälle erhölls medelvärdet 5.6 och standardavvikelsen 13.23 i 18 oberoende observationer av en stokastisk variabel $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma)$.

   (a) Beräkna ett 90% konfidensinterval för σ. (2 p)

(b) Beräkna ett nedåt begränsat 95% konfidensintervall för μ. (2 p)

6. Första arbetsdagen i två på varandra följande veckor kontrollmättes en viss storhet. Därvid erhölls vid det första tillfället medelvärdet 1.5 och standardavvikelsen 5.76 i 11 oberoende mätningar. Även vid det andra tillfället gjordes 11 mätningar, men nu erhölls medelvärdet 6.0 och standardavvikelsen var 4.32. Beräkna ett 95% konfidensintervall för differensen mellan väntevärdena under normalfördelningsantagande. (4 p)

7. Man var intresserad av korrelationen mellan två normalfördelade stokastiska variabler X, Y. Därför gjordes 20 oberoende observationer av paret (X, Y). Följande summastatistikor erhölls: $\sum x = 62$, $\sum y = 184$, $\sum x^2 = 249.7$, $\sum xy = 587.6$ och $\sum y^2 = 1711.1$.

   (a) Skatta korrelationen ρ. (2 p)

   (b) Testa på nivån 1% nollhypotesen att $\rho \leq 0$ mot alternativet $\rho > 0$. (3 p)