

# MVE090 Matematisk statistik Z

Tentamen fredag den 12 oktober 2018 kl 14 – 18

Lärare och jour: Patrik Albin, telefon 031 772 3512.

Hjälpmedel: Beta eller häftet *Tommy Norberg: Formler och tabeller till matematisk statistik på universitet och tekniska högskolor* eller fyra handskrivna A4-sidor (xerox-kopior, datautskrifter etc. är ej tillåtna) – endast ett av dessa tre hjälpmedel är alltså tillåtet och eleven väljer själv vilket alternativ den vill använda (innan tentan börjar).

Betygsgränser: 12, 18 resp. 24 poäng för betyg 3, 4 resp. 5.

Motiveringar: alla svar och lösningar skall motiveras såvida inget anges.

1. Beräkna sannolikheten att alla tärningarna visar olika nummer då man kastar fem tärningar på en gång (=Yatzy). **(5 poäng)**
2. Beräkna frekvensfunktionen  $f_X(x)$  för den stokastiska variabeln  $X = -\ln(1-\xi)$  då  $\xi$  är likformig fördelad över intervallet  $[0, 1]$ , dvs.  $f_\xi(x) = 1$  för  $x \in [0, 1]$  medan  $f_\xi(x) = 0$  för övrigt. **(5 poäng)**
3. Betrakta ett tillförlitlighetssystem bestående av en parallellkoppling av fyra komponenter som har oberoende stokastiska livslängder  $T_1, T_2, T_3$  och  $T_4$  som alla är exponentialfördelade med väntevärde 1. [Mao. är systemets livslängd  $T = \max(T_1, T_2, T_3, T_4)$ .] Beräkna fördelningsfunktionen  $F_T(t)$  för systemets livslängd  $T$ . **(5 poäng)**
4. Låt  $X_1, \dots, X_n$  vara oberoende normalfördelade stokastiska variabler som alla har väntevärde  $\mu$  och varians  $\sigma^2$ . Vilken fördelning har variablernas medelvärde  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X(k)$ ? OBS: svaret måste motiveras. **(5 poäng)**
5. Utanför en fotbollsarena önskar en teknolog undersöka om det finns någon signifikant skillnad i variansen av supportrarnas vikt mellan de båda fotbollslagens supportrar. Förklara hur en sådant undersökning kan gå till under förutsättning att de observerade vikterna för lagens supportrar  $X_1, \dots, X_m$  respektive  $Y_1, \dots, Y_n$  antages vara  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$  respektive  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$  fördelade. **(5 poäng)**
6. Förklara skillnaden mellan parametrisk och icke-parametrisk hypotestestning i statistik. **(5 poäng)**

**Lycka till!**

## MVE090 Matematisk statistik Z

### Lösningar till tentamen den 12 oktober 2018

1.  $6 \cdot (5!) \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5$ .

2.  $f_X(x) = \frac{d}{dx} P[X \leq x] = \frac{d}{dx} P[-\ln(1-\xi) \leq x] = \frac{d}{dx} P[\ln(1-\xi) \geq -x] = \frac{d}{dx} P[1-\xi \geq e^{-x}] = \frac{d}{dx} P[\xi \leq 1 - e^{-x}] = \frac{d}{dx} (1 - e^{-x}) = e^{-x}$ .

3.  $F_T(t) = P[T \leq t] = P[\max(T_1, T_2, T_3, T_4) \leq t] = P[T_1 \leq t, T_2 \leq t, T_3 \leq t, T_4 \leq t] = P[T_1 \leq t] P[T_2 \leq t] P[T_3 \leq t] P[T_4 \leq t] = (1 - e^{-t})^4$ .

4. Se Theorem 7.3.4 i boken.

5. Se avsnitt 10.2 i boken.

6. Se avsnitt 8.7 i boken.