

Kapitel 1

MVE090

2.

I ett urval på 75 broar i en stat har 30 svagheter?

Vad är sannolikheten att nästa har svaghet?

$$\frac{30}{75} \quad \text{Relativ frekvens} \quad \text{Relative frequency approximation} \quad P(A) = \frac{\# \text{ tidsade med A}}{\# \text{ tot testade}}$$

4. I fabriken tillverkar bromsklossar finns ett visst parti av 50 st. innehåller 2 st. med ojämnheter. Om 1 av dessa väljs slumpmässigt för att monteras i din bil, vad är sannolikheten att den har ojämnheter?

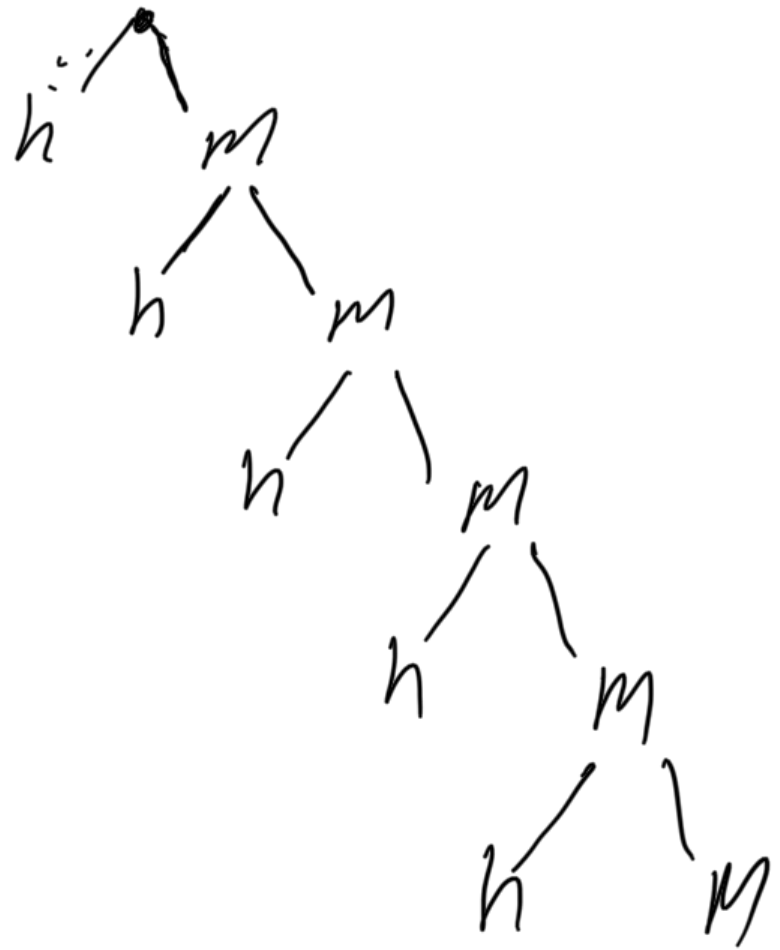
$$\frac{2}{50} = \frac{1}{25}$$

Klassisk Sannolikhet

$$P(A) = \frac{\text{\# sätt } A \text{ kan hända på}}{\text{\# sätt experimentet kan utfalla på}}$$

8 Ett missilbatteri kan avfyr 5 missiler.
När målet träffas upphör skjutandet.

a) Rita träd för möjliga händelser. h-hit m-miss



b) Skillnad från 1.2.3?

Den fortsätter medan denna slutar efter 5.



c) Vilka är de möjliga händelserna?

$S = \{h, mh, mmh, mmmh, mmmmh, mmmmm\}$

d) Lista utfallen
som utgör

A_1 : exakt två skott avfyras

A_2 : Högst två skott avfyras ≤ 2

$$A_1 = \{mh\}$$

Är händelserna ömsesidigt
uteslutande?

$$A_2 = \{h, mh\}$$

$A_1 \cap A_2 = \{mh\} \neq \emptyset$
Alltså ej ömsesidigt
uteslutande.

14 Lagrings enheterna i datorer kallas bits och är antingen 1 eller 0. För att lagra bilder kodas dessa som pixlar, där varje pixel har en färg. Tex. har en pixel med fyra olika grå färger kodas med två bits genom att koda färgerna som 00, 01, 10, 11
 ↑ ↑
 svart vit

a) Hur många grå färger kan koda med 4 bits?

Varje bit kan ses
som en händelse
med 2 utfall.
1 och 4 följande

Four hand-drawn squares of increasing size, with an upward arrow and "1/0" below the first one.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$2^4 = 16$$

b) Hur många bits
behövs för att få 32
olika färger?

$$2^n = 32$$

$$2^n = 2 \cdot 16$$

$$2^7 = 2 \cdot 2^4$$

$$2^7 = 2^5$$

$$n = 5$$

18 En köpare har 8 leverantörer att välja på för att köpa elektronik. Köpare väljer 3 slumpmässigt som får ge ett förslag. Om du är en av leverantörerna vad är sannolikheten att du får ge ett förslag.

8 - leverantörer
3 - väljs

$\frac{\# \text{ utfall där du får ge förslag}}{\# \text{ totalt antal utfall}}$

$\# \text{ totalt antal utfall}$

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3! (8-3)!} = \frac{8!}{3! 5!} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6^2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 4 \cdot 7 \cdot 2 = 56$$

$\# \text{ utfall där du får ge förslag}$



$$\binom{7}{2} = \frac{7!}{2! (7-2)!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 7 \cdot 3 = 21$$

$$\frac{21}{56} = \frac{7 \cdot 3}{4 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

Alternativ 2

Räkna med komplement
händelse.

$$1 - P(\text{inte vald})$$

$$P(\text{inte vald}) = \frac{7}{8} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{8}$$

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

22 Ett företag ska få 20 hårddiskar levererade.
För att kolla kvaliteten testas 5 slumpmässigt,
om alla fungerar accepteras leveransen
annars skickas alla tillbaka. Om 3 är
trasiga vad är sannolikheten att alla
skickas tillbaka?

Kompliment händelse

$$P(\text{tillbaka}) = 1 - P(\text{Accept})$$

$$P(\text{Accept}) = \frac{17}{20} \cdot \frac{16}{19} \cdot \frac{15}{18} \cdot \frac{14}{17} \cdot \frac{13}{16} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 13}{4 \cdot 19 \cdot 3} =$$

$$= \frac{7 \cdot 13}{4 \cdot 19 \cdot 3} = \frac{91}{228}$$

$$P(\text{tillbaka}) = 1 - \frac{91}{228} = \frac{228 - 91}{228} = \frac{137}{228} \approx 0.6$$

Kapitel 2

2. Metall stölder är ett problem
Sannolikheten att en given
metall ingår i en stöld ges av:

Tenn: $1/35$	Platinum: $1/35$	Nickel: $1/35$
Stål: $11/35$	gold: $5/35$	Zinc: $1/35$
Koppar: $8/35$	aluminium: $2/35$	Silver: $4/35$
Titan: $1/35$		

(Notera att dessa är ömsesidigt uteslutande.)

a) Vad är sannolikheten
att guld silver eller
platinum ingår i en
viss stöld?

Au - Guld
Ag - Silver
Pt - Platinum

$$P(Au \cup Ag \cup Pt) = \{\text{ömsesidig uteslutande}\} = \\ = P(Au) + P(Ag) + P(Pt) = \frac{5 + 4 + 1}{35} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

b) Vad är sannolikheten
att stål inte ingår i en
stöld?

$$P(\text{Stål}) = 1 - P(\text{Stål}) = 1 - \frac{11}{35} = \frac{24}{35}$$

4 I ett rymdskepp finns en motor komponent som består av två parallella enheter (dvs komponenten funkar om någon av dem funkar). Hurud komponenten funkar med 95% sannolikhet och backupen fungerar med 80% sannolikhet. Komponenter som en helhet fungerar 99% sannolikhet.

Vad är sannolikheten att båda funkar?

sökt
 $P(A \cap B)$

A- Hurud komponenten fungerar

B- Back Up komponenten fungerar

$$P(A) = 95\%$$

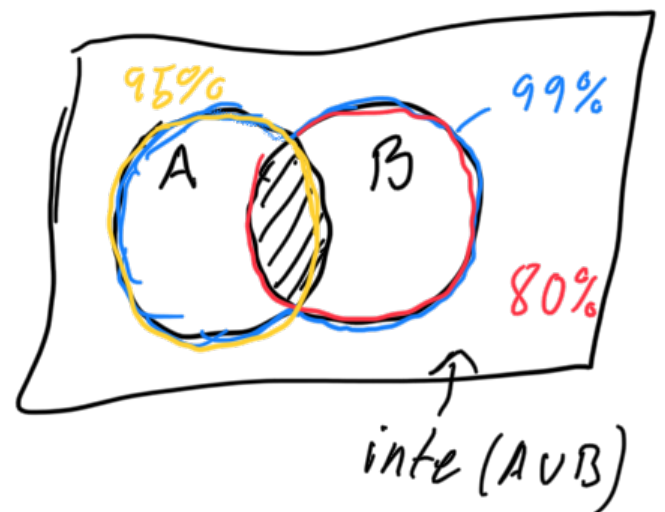
$$P(B) = 80\%$$

$$P(A \cup B) = 99\%$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$99\% = 95\% + 80\% - P(A \cap B)$$

$$\underline{\underline{P(A \cap B) = 76\%}}$$



Att endast Back Up funkar?

$$P(B \cup \text{inte } A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(B \cup \text{inte } A) = 80\% - 76\% = \underline{\underline{4\%}}$$



Sannolikheten att motorn inte funkar?

$$P(\text{inte } (A \cup B)) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 99\% = 1\%$$

6 När en dator kraschar är det 75% sannolikhet att det är överbelastning och 15% sannolikhet att det är ett mjukvaruproblem.

Det är 85% sannolikhet att det är överbelastning eller mjukvara problem.

Vad är sannolikheten att det är båda?

Sökt
 $P(A \cap B)$

A - överbelastning Problem

$$P(A) = 0.75$$

B - Mjukvara Problem

$$P(B) = 0.15$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.85$$

$$0.85 = 0.75 + 0.15 - P(A \cap B)$$

$$0.05 = P(A \cap B)$$

5%

Vad är sannolikheten att det är mjukvara men inte överbelastning?

$$P(B \cup \text{inte } A) = P(B) - P(B \cap A) = 0.15 - 0.05 = 0.10$$

10%

14 samma data som uppgift 4.

a) Vad är sannolikheten
att backup motorn fungerar
givet att huvud motorn
går sönder?

$$P(B | A^c) = \frac{P(A^c \cap B)}{P(A^c)} = \frac{0.04}{0.05} = \frac{4}{5} = 0.8$$

b) Är
 $P[\text{Backup Funkar}] = P[\text{Backup Funkar} | \text{Huvud Fail}]?$

$$P(B) = 0.8$$

$$P(B | A^c) = 0.8$$

20 Betrakta ditt svar på fråga 14

Är

B : Backup motorn fungerar

A^c : Huvud motorn failar

oberoende?

$$P(B \cap A^c) = P(A^c) P(B)$$

$$P(B | A^c) = \frac{P(B \cap A^c)}{P(A^c)} = P(B)$$

$$P(B \cap A^c) = P(A^c) \cdot P(B)$$

dvs oberoende

dvs svar JA.

24 De vanligaste vattenföroreningarna är organiska. Det mesta organiska materialet bryts ned av bakterier som behöver syre, ett överskott av biologiskt material kan leda till syrefattighet.

BOD står för syrebehovet för bakterier.

I floder nära industrin hade 35% högt BOD

10% var sura och 40% av de sura hade högt BOD. Hitta sannolikheten att ett flod har båda egenskaperna.

$$P(\text{Högt BOD}) = 0.35$$

$$P(\text{sura}) = 0.10$$

$$P(\text{Högt BOD} | \text{sura}) = 0.4$$

$$P(\text{Högt BOD} | \text{sura}) = \frac{P(\text{Högt BOD} \cap \text{sura})}{P(\text{sura})}$$

$$0.4 = \frac{P(\text{Högt BOD} \cap \text{sura})}{0.1}$$

$$P(\text{Högt BOD} \cap \text{sura}) = 0.04$$

$$\frac{\text{Sökt}}{P(\text{Högt BOD} \cap \text{sura})}$$

30 Antag att det är 50% sannolikhet att en hårdisk skadas vid åsknedslag i en elledning.

Antag att det är 5% chans för åska på en sommar dag och 0.1% att åskan slår ner i elledningen.

Vad är sannolikheten att åskan slår ned en elledning och att hårddisken och att hårddisken skadas under nästa åskoväder.

$$P(\text{Skadas} / \text{Åsknedslag}) = 0.50$$

$$P(\text{Åska}) = 0.05$$

$$P(\text{Åsknedslag} / \text{Åska}) = 0.001$$

$$P(\text{Skadas} \cap \text{Åsknedslag} / \text{Åska}) =$$

$$= P(\text{Skadas} / \text{nedslag}) \cdot P(\text{nedslag} / \text{Åska}) = 0.5 \cdot 0.001 = 0.0005$$

$$= \frac{1}{2000}$$

32

Låt A_1, A_2 vara ömsesidigt uteslutande händelser sådan att $P(A_1)P(A_2) > 0$
Visa att A_1, A_2 är icke oberoende.

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset$$

$$P(A_1) \cdot P(A_2) > 0$$

om oberoende

$$P(A_1 \cap A_2) \neq P(A_1) \cdot P(A_2) > 0$$

$$P(\emptyset) = 0 \neq P(A_1) \cdot P(A_2)$$

Stämmer alltså icke oberoende v.s.v

36

50% av alla producerade dator chip är defekta
inspektioner gör att bara 5% av
de som säljs lagligt är defekta.

De stulna säljs utan inspektion.
Om 1% av alla chip på marknaden
är stulna vad är sannolikheten
att ett chip är stulet givet att
det är trasigt?

Sökt

$P(\text{stulet} / \text{trasigt})$

$$P(\text{trasigt} / \text{stulet}) = 0.50$$

$$P(\text{trasigt} / \text{stulet}^c) = 0.05$$

$$P(\text{stulet}) = 0.01$$

$$P(\text{stulet} / \text{trasigt}) = \frac{P(\text{stulet} \cap \text{trasigt})}{P(\text{trasigt})} =$$

$$= \frac{P(\text{trasigt} / \text{stulet}) \cdot P(\text{stulet})}{P(\text{trasigt})} \quad *$$

Vad är $P(\text{trasigt})$?

Antingen $\text{trasigt} \cap \text{stulet}$
 eller $\text{trasigt} \cap \text{stulet}^c$

Summera:

$$P(\text{trasigt}) = P(\text{trasigt} \cap \text{stulet}) + P(\text{trasigt} \cap \text{stulet}^c) =$$

$$= P(\text{trasigt} / \text{stulet}) \cdot P(\text{stulet}) + P(\text{trasigt} / \text{stulet}^c) \cdot P(\text{stulet}^c) =$$

$$= 0.5 \cdot 0.01 + 0.05 \cdot 0.99 = 0.0545$$

$$* \frac{P(\text{trasigt} / \text{stulet}) \cdot P(\text{stulet})}{P(\text{trasigt})} = \frac{0.5 \cdot 0.01}{0.0545} =$$

$$= 0.0917... \approx 0.092 \approx 9.2\%$$

Klas ho @ student. chalmers. se