MVE090 Matematisk statistik Z

Tentamen fredag den 28 augusti 2020 kl 8.30 – 12.30

Lärare: Patrik Albin 031 7723512 palbin@chalmers.se .

Alla hjälpmedel är tillåtna. (Se Canvas kursen "MVE090 Re-Exam MVE090" för förtydligande av regler.)

Motiveringar: alla svar och lösningar skall motiveras såvida inget att anges.

Betygsgränser: 12, 18 resp. 24 poäng för betyg 3, 4 resp. 5. **Lycka till!**

1. En teknolog kastar sex stycken 12-sidiga tärningar (med sidorna numrerade $1, \ldots, 12$) på en gång. Beräkna sannolikheten för stege, dvs. tärningarna visar $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, ..., $\{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ eller $\{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ (utan häsyn till ordning). **(5 poäng)**

2. Låt X och Y vara oberoende exponentialfördelade stokastiska variabler med väntevärde 1. Visa att den stokastiska variablen $Z = X+Y$ har täthetsfunktion $f_Z(z) = z\,\mathrm{e}^{-z}$ för $z > 0$. **(5 poäng)**

3. Beräkna $\mathbf{P}(X > Y)$ för en tvådimensionell kontinuerlig stokastisk variabel (X, Y) med täthetsfunktion $f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2}\,(x + y)\,\mathrm{e}^{-x-y}$ för $x, y > 0$ och $f_{X,Y}(x, y) = 0$ för övrigt. **(5 poäng)**

4. Redogör för den viktiga skillnaden alternativt de viktiga skillnaderna (om det finns flera) mellan parametriska och icke-parametriska statistiska testmetoder. **(5 poäng)**

5. En teknolog har hittat en tiokrona och vill undersöka om myntet är äkta genom statistiskt testa om det är lika stor chans få krona (sidan med bilden av kungen mm.) som få klave (sidan med texten 10 kronor mm.) då man kastar krona eller klave med myntet. Beskriv i detalj hur en korrekt sådan statistisk test kan gå till. **(5 poäng)**

6. Redogör för antaganden och härledningar som ligger bakom linjär regression. Härledningar behöver ej utföras i detalj utan bara beskrivas principiellt. **(5 poäng)**

MVE090 Matematisk statistik Z

Lösningar till tentamen den 28 augusti 2020

1. $7 \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{12}$.

2. $f_Z(z) = \frac{d}{dz}\,\mathbf{P}(Z \le z) = \frac{d}{dz}\,\mathbf{P}(X + Y \le z) = \frac{d}{dz} \int\int_{\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,:\,x+y\le z\}} f_{X,Y}(x,y)\,dxdy$ $= \frac{d}{dz} \int\int_{\{x,y\ge 0\,:\,x+y\le z\}} \mathrm{e}^{-x}\mathrm{e}^{-y}\,dxdy = \frac{d}{dz} \int_0^z (\int_0^{z-y} \mathrm{e}^{-x}\,dx)\,\mathrm{e}^{-y}\,dy = \frac{d}{dz}\int_0^z (1-\mathrm{e}^{-(z-y)})\,\mathrm{e}^{-y}$ $dy = \frac{d}{dz}(1 - \mathrm{e}^{-z} - z\,\mathrm{e}^{-z}) = z\,\mathrm{e}^{-z}$.

3. $\mathbf{P}(X > Y) = \int_0^\infty (\int_y^\infty \frac{1}{2}\,(x+y)\,\mathrm{e}^{-x-y}\,dx)\,dy = \int_0^\infty \frac{1}{2}\,(1+2\,y)\,\mathrm{e}^{-2\,y}\,dy = \ldots = \frac{1}{2}$.

4. Se sektion 8.7 och 10.6 i boken av Milton och Arnold.

5. Se sektion 9.2 i boken av Milton och Arnold.

6. Se sektion 11.1-11.3 i boken av Milton och Arnold.