Tentamen i matematisk statistik, Statistisk Kvalitetsstyrning, MSN320/TMS070

Tisdag 2007-04-10, klockan 14.00-18.00

Examinator:	Holger Rootzén
Telefonjour:	Jan Rohlén, tfn: 0708-579548
Betygsgränser GU:	**G**: 12-21.5, **VG**: 22-30
Betygsgränser CTH:	**3**: 12-17.5, **4**: 18-23.5, **5**: 24-30

Hjälpmedel uppgift 1-2: Inga. Lämna in dessa separat.
Hjälpmedel uppgift 3-8: Boken ”Introduction to Statistical Quality Control” av Douglas C. Montgomery, tabeller (Beta-boken eller motsvarande) och Chalmersgodkänd räknare.

Uppgift 1 (4.5p)

Styrdiagram.

a. Vad är huvudsyftet med ett styrdiagram? (0.5p)
b. Data är normalfördelade $N(\mu,\sigma)$ och ett Shewhartdiagram med larmgränser $\mu \pm 3\sigma$ används. Om processen är i kontroll, vad är då risken för falsklarm? (0.5p)
c. Vad står ARL för och vad blir ARL i uppgift b? (0.5p)
d. Vad står OCAP för och vad används den till? (0.5p)
e. Varför vill man ta ut provgrupper (om det är möjligt) istället för enstaka prov med jämna tidsintervall? (0.5p)
f. Om man tar ut stickprov av storlek n från en process med normalfördelade data $N(\mu,\sigma)$, hur stor är då stickprovets standardavvikelse? (0.5p)
g. Vid konstruktion av SPS talar man om ”fas I” och ”fas II”. I din verktygslåda har du både Shewhart och EWMA-diagram. Vad innebär dessa faser och vilka diagram rekommenderar du för vardera fasen? Motivera ditt svar! (1p)
h. Varför skall man alltid rita både ett medelvärdes och ett spridningsdiagram vid variabelkontroll? (0.5p)

Uppgift 2 (2.5p)

a. Vad är systematisk variation och vad är slumpmässig variation? (0.5p)
b. Vilka verktyg används för att kontrollera dessa typer av variation? (1p)
c. Vad står G R&R för och vad innebär detta? Hur kan man mäta G R&R? (1p)

______________________ Lämna in teoridelen! ___________________________________

Uppgift 3 (5p)

Vikten, X , av ett kugghjul med 26 kuggar är normalfördelad $N(\mu,\sigma)$. Stickprov av storlek $n=5$ tas var 20:e minut. För varje stickprov beräknas dess medelvärde, $\overline{x}_i$ och standardavvikelse s_i . Efter 50 stickprov har vi

$$\sum_{i=1}^{50} \overline{x}_i = 1000g \text{ och } \sum_{i=1}^{50} s_i = 72g$$

a. Beräkna styrgränserna för Shewhart $\overline{x}-s$ diagram.
b. Antag att alla punkter på bägge diagramen är inom styrgränserna. Vad är då de naturliga toleransgränserna för processen?
c. Vad är ARL_0 för din process när den är i kontroll?
d. Vad blir ditt ATS om din process ökar sitt medelvärde med 1g?
e. Vad skattar du parametern σ till?

Uppgift 4 (3p)

Viskositeten hos en polymer mäts automatiskt var tionde minut i produktionen. Målvärdet för processen är $\mu_0 = 2500$. I Tabell 1 ser vi 20 på varandra följande mätningar.

Prov nr	Mätning x_i	Range $MR_i = \lvert x_i - x_{i-1} \rvert$
1	2470	
2	2519	49
3	2516	3
4	2497	19
5	2480	17
6	2515	35
7	2508	7
8	2533	25
9	2488	45
10	2531	43
11	2536	5
12	2539	3
13	2537	2
14	2522	15
15	2533	11
16	2515	18
17	2555	40
18	2541	14
19	2582	41
20	2526	56
	$\sum x_i = 50443$	$\sum MR_i = 448$

Tabell 1 Viskositetsdata

a. Skatta processens standardavvikelse.
b. Tillverka ett EWMA diagram som bevakar processens medelvärde och avgör om processen är i kontroll.

Uppgift 5 (4p)

En produkt har tre viktiga egenskaper som man vill övervaka samtidigt. Efter att ha studerat 30 preliminära prov av storlek n=10 så erhölls följande medelvärdesvektor och kovariansmatris:

$$\bar{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 3.0 \\ 3.5 \\ 2.8 \end{bmatrix} \qquad S = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1.5 \end{bmatrix}$$

För att underlätta handräknandet får du nu några uträkningar:

$$S\bar{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.0 \\ 3.5 \\ 2.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.3 \\ 16.3 \\ 10.7 \end{bmatrix} \qquad S^{-1} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 7 & -1 & -4 \\ -1 & 4 & -2 \\ -4 & -2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$S^2 = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 4.5 \\ 6 & 11 & 5.5 \\ 4.5 & 5.5 & 4.25 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} \textit{Egenvärdena till } S: \\ \lambda_1 = 0.6972 \\ \lambda_2 = 1.5 \\ \lambda_3 = 4.3028 \end{cases}$$

a. Beräkna fas 2 larmgränser för Hotellings T^2-styrdiagram för $\alpha = 0.001$.

b. Rita Hotellings T^2-styrdiagram för följande data fram till och med första larmet.

Provnr	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$
1	2.7	2.6	2.9
2	3.2	3.2	2.8
3	5.4	4.6	3.6
4	3.4	3.3	3.3
5	3.5	3.3	2.9
6	2.6	4.0	3.0
7	3.8	4.1	2.7
8	2.8	3.5	3.0
9	2.5	3.3	3.0
10	3.6	4.4	3.2

c. Vilken av variablerna är ansvarigt för larmet?

Uppgift 6 (2p)

Ert företag köper in skruvar i partier om 36000 enheter. Det står i kontraktet med er leverantör att acceptansprovning MIL STD 105E skall användas med AQL=0.25% och General inspection Level II.

a. Beskriv hur acceptansprovningen skall ske och hur provplanerna ser ut. (1p)

b. När bör man använda statistisk acceptansprovning och när bör man tillämpa allkontroll? (1p)

Uppgift 7 (4p)

Specifikationsgränserna för fjäderkonstanten k är $k = 100 \pm 5 N/mm$. Ett stickprov med storlek 100 togs från en stabil process och dess medelvärde och standardavvikelse blev:

$\bar{x} = 101 N/mm$

$s = 1.2 N/mm$

Erfarenhetsmässigt vet vi att tillverkningsprocessen ger fjädrar med fjäderkonstant som är oberoende och normalfördelad.

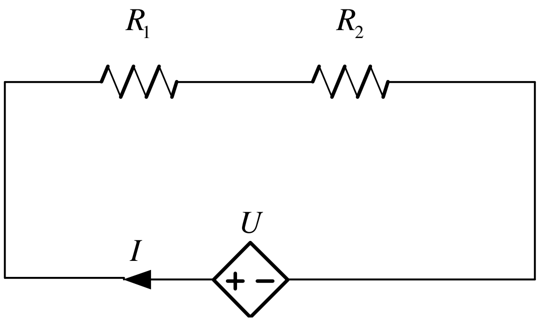
a. Beräkna kapabilitetsindexen C_p och C_{pk} !

b. Härled uttrycket för ett $1-\alpha$ konfidensintervall för C_p.

c. Beräkna andelen fjädrar som kan förväntas hamna utanför specifikationen.

Uppgift 8 (5p)

Två resistorer är seriekopplade till ett batteri i Figur 1.



Figur 1 Elektriskt nät

Vi antar att

$$R_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1) = N(3, 0.1) \ (\Omega)$$
$$R_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2) = N(2, 0.1) (\Omega)$$
$$U \sim N(\mu_U, \sigma_U) = N(100, 1) \ (V)$$

a. Bestäm medelvärde och varians för strömmen I.

b. Om kravet på strömmen är $I = 20 \pm 2.5 A$, är då strömkretsen kapabel?