Projekt 6: Övertäckning och kontinuumperkolation

10 maj 2017

Betrakta följande stokastiska process, där en stor kvadrat fylls av små cirkelskivor. Starta med en tom kvadrat med sidan $\sqrt{n}$, dvs med area n. (Här ska n vara stort. Mer om det längre ner.) Placera sedan ut en cirkelskiva med radien 1 i (och eventuellt lite utanför) kvadraten genom att välja dess centrum likformigt i kvadraten. Upprepa sedan detta tills ni fått tillräckligt många cirkelskivor för att det ska finnas en sammanhängande följd av cirkelskivor från kvadratens vänstra sida till den högra. Notera hur många cirkelskivor som behövdes. Fortsätt sedan processen tills hela kvadraten är täckt av cirkelskivor. Notera återigen hur många som behövdes.

Upprepa ett stort antal gånger och notera hur många cirkelskivor det behövdes i de två fallen och plotta histogram över detta. Gör alltihop för $n = 100, 1000, 10000$. Kan ni ana hur antalet cirkelskivor som krävs i de båda fallen som funktion av n? Leta sedan upp i litteraturen de korrekta svaren (som i det första fallet inte är exakt känt). Ge en intuitiv förklaring till hur många cirkelskivor som krävs för en övertäckning.

Börja nu om från början, men ersätt cirkelskivorna med liksidiga trianglar av samma area (dvs π) som cirkelskivorna, orienterade så att en av sidorna är parallell med x-axeln. Verkar det krävas fler/färre trianglar än cirkelskivor för en väg från vänster till höger? Verkar det krävas fler/färre trianglar än cirkelskivor för övertäckning? Ge intuitiva förklaringar.

Lämplig litteratur är Meester-Roy: Continuum Percolation, Jonasson: Optimization of shape in continuum percolation, http://math.stackexchange.com/questions/815350/expected-time-to-completely-cover-a-square-with-randomly-placed-smaller-squares.