

- 1.18. (b) Vi har redan visat att varje sanningsstabell kan fås med hjälp av  $\neg$  och  $\vee$ . I (a) visade vi att man kan ersätta båda dessa två med enbart NAND-operatoren och alltså kan varje sanningsstabell fås med hjälp av enbart denna.  
 (c) Visa att  $\neg p \Leftrightarrow p \& p$  och  $p \vee q \Leftrightarrow (p \& q) \& (p \& q)$ .

## Kapitel 2

- 2.1. (a) 8, 9, 10, 11 (b) mängden är tom (c) alla heltal större än 8 (d) 5, 6, 7, 8
- 2.2. (a) sant (b) sant (c) falskt (d) sant (e) falskt (f) sant (g) falskt (h) falskt
- 2.3. a)  $A \cup B = \{-2, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   
 b)  $A \cap C = \emptyset$   
 c)  $B \cap C = \{5, 7, 9\}$   
 d)  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{-2\}, \{2\}, \{-2, 2\}\}$
- 2.4. a)  $A \cap \mathbb{Z} = \{5, 32\}$   
 b)  $B \cup C = \{f, l, o, d, h, ä, s, t\}$   
 c)  $A \cap C = \emptyset$   
 d)  $(B \cup C \cup A) \cap D = \{f, l, o, d, h, ä, s, t, a, r\}$
- 2.5. a)  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$   
 b)  $A \times \mathcal{P}(A) = \{(1, \emptyset), (1, \{1\}), (1, \{2\}), (1, \{1, 2\}), (2, \emptyset), (2, \{1\}), (2, \{2\}), (2, \{1, 2\})\}$ .
- 2.6.  $|A \times B| = mn$  och  $|\mathcal{P}(A \times B)| = 2^{mn}$ .
- 2.7.  $A \cap B = A$ ,  $A \setminus B = \emptyset$  och  $A \cup B = B$ .
- 2.8.  $A = \{a, c, k, s, t, v, x\}$ ,  $B = \{b, f, s, t, v, x\}$ .
- 2.9.  $|A \cup B| = a + b - c$ .
- 2.11. 23 element.

- 2.12. Om  $A \neq B$  finns det ett element  $x \in A$  som inte finns i  $B$ , eller tvärtom. I det första fallet gäller att  $\{x\}$  finns i  $\mathcal{P}(A)$  men inte i  $\mathcal{P}(B)$  och i det andra fallet gäller det omvända förhållandet.
- 2.13. Vi tar det femtonde påståendet som exempel:  $x \in A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \cup C \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ , där den andra ekvivalensen följer av känt faktum om operatorer med logiska påståenden.
- 2.14. Den första likheten är korrekt, medan den andra inte alltid gäller. Ett motexempel mot den andra likheten får man om man sätter  $A = B = C = \{1\}$ . För att visa den första:  $x \in A \cap (B \setminus C) \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \setminus C \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A \cap C \Leftrightarrow x \in (A \cap B) \setminus (A \cap C)$ .
- 2.16 Bara a) är sann.

## Kapitel 3

- 3.1. Eftersom  $A \times A = \{(x, y) : x \in A \wedge y \in A\}$  kan vi låta  $f(x, y)$  vara avståndet mellan  $x$  och  $y$ .
- 3.2. Funktionerna  $f_1$ ,  $f_2$  och  $f_3$  är lika.
- 3.3. De två funktionerna är lika då  $x \leq -1$  eller  $x \geq 1$ . I övriga fall gäller att  $|f(x) - g(x)| = 2(1 - x^2)$  som blir som störst 2, vilket sker då  $x = 0$ .
- 3.4. Funktionen är surjektiv men inte injektiv.  $f(-7) = (-7)^2 = 49$ ,  $f(7) = 3 - 7 = -4$ ,  $V_f = \mathbb{R}$ ,  $f((-\infty, 4]) = [-1, \infty)$ .
- 3.5. a) varken injektiv eller surjektiv, b) varken injektiv eller surjektiv, c) bijektiv, inversen är  $f^{-1}(x) = (x - 6)^{1/3}$ , d) varken surjektiv eller injektiv, e) surjektiv men inte injektiv.