Föreläsning 11/10

~~[illegible]~~

P-värde

Igår lärde vi oss att ~~[illegible]~~ när man gör hypotestest vill man jämföra ~~det~~ den observerade teststatistikan $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ med de kritiska värdena $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$. Man kan istället ta fram testets p-värde och jämföra med signifikansnivån α. ~~P-värdet kan~~ ~~[illegible] som sannolikheten att observera~~ ~~Efter att vi observerat datan så kan p-värdet~~

Kom ihåg tolkningen av α: om $Z \sim N(0,1)$ så gäller att

kritiskt värde

$$\alpha = \mathbb{P}(|Z| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}) \qquad \text{(om tvåsidigt)}$$

$$\left(\alpha = \mathbb{P}(Z \geq z_{\alpha})\right)$$

För att ta fram p-värdet måste vi först ta fram den observerade teststatistikan $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$. Då gäller att

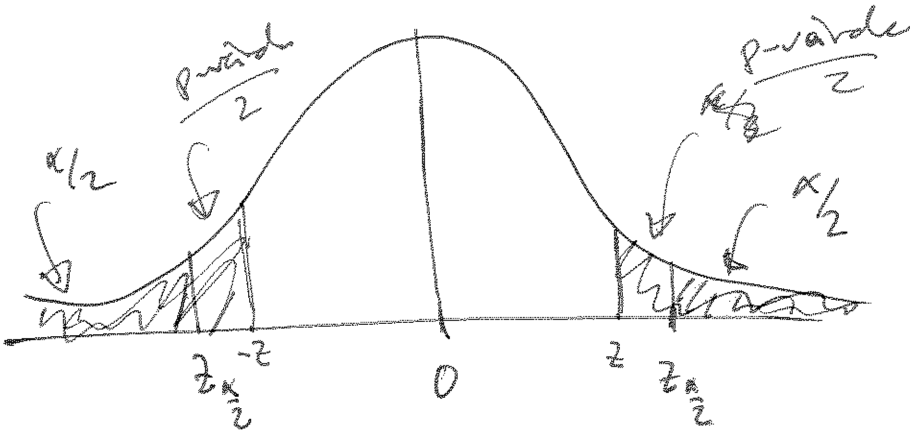
$$\text{p-värde} = \mathbb{P}(|Z| \geq z).$$

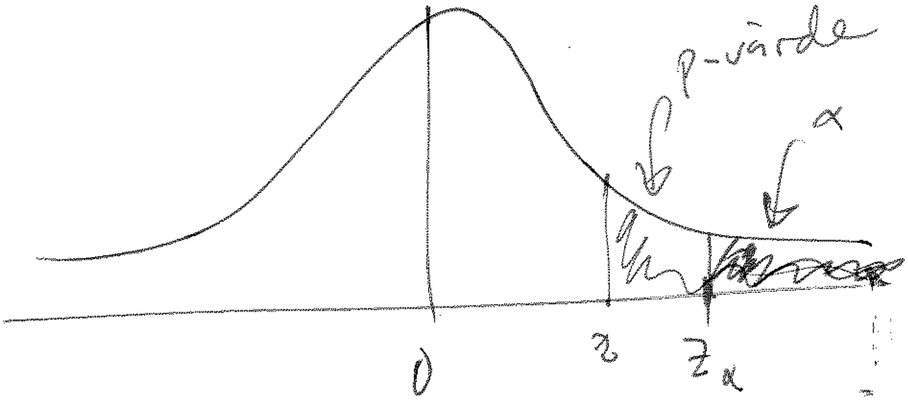
den observerade teststatistikan

Om p-värdet är mindre än signifikansnivån α så förkastar vi H_0 på nivå α, annars inte.

$$\text{p-värde} < \alpha \iff z \text{ i den kritiska regionen.}$$

2





P-värdet tar vi alltså fram med hjälp av tabellerna.
P-värdet ~~[illegible]~~ ger oss en mer precis bedömning av hur extrema vår data är om H_0 är sann. Dvs inte bara förkasta/ej förkasta.

OBS! I boken: p-värde (p-value) = "observed sign. level."

Typer av fel

Vi kan dra två olika slutsatser av ett hypotestest. Antingen förkastar vi H_0 eller så gör vi det inte. Verkligheten (sanningen) kan också vara på två sätt. Antingen är H_0 sann eller så är H_1 sann. Det finns alltså fyra olika utfall av ett hypotestest. I två av fallen har vi tagit rätt beslut men i två av fallen har vi tagit fel beslut.

Vi gör en tabell för att illustrera detta.

	H_0 sann	H_1 sann
Vi förkastar inte H_0	OK	$\boxed{\text{typ-II-fel}}$
Vi förkastar H_0	$\boxed{\text{typ-I-fel}}$	$\boxed{\text{OK}}$

Ett typ-I-fel begås när en sann nollhypotes förkastas. Vi tror då felaktigt att ~~en~~ H_0 är falsk. Ett typ-II-fel begås när vi inte förkastar en felaktig nollhypotes. Våra observationer talar inte starkt emot H_0, trots att H_0 är falsk.

Signifikansnivån α är sannolikheten att begå ett typ-I-fel. Sannolikheten att begå ett typ-II-fel brukar betecknas med β. <u>Styrkan</u> av ett test är sannolikheten att förkasta en falsk nollhypotes, alltså $1-\beta$. Sammanfattningsvis:

$$\alpha = P(\boxed{\text{typ-I-fel}})$$

$$\beta = P(\boxed{\text{typ-II-fel}})$$

$$1-\beta = P(\boxed{\text{Förkasta falsk nollhypotes}})$$

Vi vill givetvis att både α och β ska vara små. Men ju mindre α vi väljer desto större kommer β att vara. Man måste göra en avvägning. Det bästa sättet att få både α och β små är att ha ett stort stickprov!

④ Kom ihåg att vi väljer α innan undersökningen så vi vet α. Däremot går det aldrig (i praktiken) att räkna ut β eftersom vi inte vet värdet på parametern, (μ t. ex.) när H_1 är sann.

Hypotestest för μ när σ är okänd, t-test

Vad vi har gått igenom hittills om hypotestest fungerar om n är stort nog eller om stickprovet är normalfördelat. Vad händer om vi inte känner till σ? Om n är stort nog så ersätter vi σ med dess punktskattare s. Teststatistikan blir då $Z_1 = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ som enligt centrala gränsvärdessatsen är normalfördelad. Vi fortsätter precis som tidigare!

Om σ är okänd och om n inte är stort nog så måste vi anta att stickprovet är normalfördelat. Teststatistikan blir igen $Z_1 = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ men nu är den t-fördelad med n-1 frihetsgrader. T-test

Vi gör en tabell för att sammanfatta de olika fallen vi har gått igenom hittills. ~~Tabellen gäller om vi vill testa en nollhypotes på formen $H_0: \mu = \mu_0$~~

Populationen normalfördelad?	σ känd?	teststatistika	fördelning
Ja	Ja	$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$	$N(0,1)$
Ja	Nej	$T = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}}$	t_{n-1}
Nej	Ja	$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$	(om n stort) $N(0,1)$
Nej	Nej	$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}}$	(om n stort) $N(0,1)$

Om populationen inte kan antas vara normalfördelad och om n inte är stort nog så undviker vi att utföra hypotestest!