

I slutet av förra veckan lärde vi oss att ta fram konfidensintervall och utföra hypotestest för skillnaden mellan två väntevärden  $\mu_X - \mu_Y$ . Vi utgick då från normalfördelningen, dvs centrala gränsvärdesatsen, dvs vi ville att stickprovsstorlekarna ~~stora~~,  $n_1$  och  $n_2$ , skulle vara stora. Vad gör vi om  $n_1$  och  $n_2$  inte är stora?

Om populationerna är normalfördelade och om dess varianser kan antas vara lika stora så använder vi följande (sida 433).

En  $(1-\alpha)\%$ -ig konfidensintervall för  $\mu_X - \mu_Y$  ges av

$$L = (\bar{X} - \bar{Y}) - t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2} \cdot \sqrt{s_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

$$U = (\bar{X} - \bar{Y}) + t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2} \cdot \sqrt{s_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

där  $s_p^2$  är den poolade stickprovsvariansen:

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_X^2 + (n_2-1)s_Y^2}{n_1+n_2-2}$$

②

Vi kan även göra ett hypotestest

$$H_0: (\mu_X - \mu_Y) = D_0$$

$$H_1: (\mu_X - \mu_Y) \neq D_0$$

och använder då teststatistikan

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - D_0}{\sqrt{s_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Som är t-fördelad med  $n_1 + n_2 - 2$  frihetsgrader.

Vi jämför alltså den observerade teststatistikan med de kritiska värdena från t-tabellen.

Gör uppgift 12! ~~skriv~~

~~Om varianserna inte kan antas vara lika stora men om stickproven är lika stora, dvs om  $n_1 = n_2$ , använder vi följande formel för KI.~~

Om varianserna inte kan antas vara lika stora men om stickproven är lika stora, dvs om  $n_1 = n_2$ , använder vi följande formel för KI. ( $n = n_1 = n_2$ )

$$L = (\bar{X} - \bar{Y}) - t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 - n_2 - 2} \cdot \sqrt{\frac{s_X^2 + s_Y^2}{n}}$$

$$U = (\bar{X} - \bar{Y}) + t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 - n_2 - 2} \cdot \sqrt{\frac{s_X^2 + s_Y^2}{n}}$$

Om vi då vill testa en hypotes, t. ex.

$$H_0: (\mu_X - \mu_Y) = D_0$$

$$H_1: (\mu_X - \mu_Y) \neq D_0$$

använder vi teststatistikan

~~$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - D_0}{\sqrt{s_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$~~

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - D_0}{\sqrt{\frac{s_X^2 + s_Y^2}{n}}}$$

som är t-fördelad med  $2 \cdot (n-1)$  frihetsgrader.

Gör uppgift 15!

Jämförelse av parade stickprov. (kap 9.3)

ofta vill man jämföra två stickprov där observationerna ~~är~~ är parade mellan stickproven. Ett vanligt exempel är "före" och "efter" något. T. ex. blodtryck hos patienter före och efter tagna medicin, vikt hos personer före och efter bättningskur, osv. Om man vill analysera skillnaden mellan de parade observationerna ser vi då dessa skillnader som ett stickprov:

$$D_1 = X_1 - Y_1, D_2 = X_2 - Y_2, \dots, D_n = X_n - Y_n$$

Ⓞ BS: Eftersom det är parade stickprov så vet vi att  $n_1 = n_2$ , så vi använder  $n$  istället.

V: kan nu göra konfidensintervall och hypotestest för ~~den~~ väntevärdet  $\mu_d$  för denna skillnad.

④

Ett  $(1-\alpha)\%$ -igt konfidensintervall för  $\mu_d$  ges av

om  $n$  stort och  $\sigma_d$  känt

$$L = \bar{D} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}$$

$$U = \bar{D} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}$$

om  $n$  stort och  $\sigma_d$  okänt

$$L = \bar{D} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

$$U = \bar{D} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

om  $n$  litet och populationerna normalfördelade

$$L = \bar{D} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

$$U = \bar{D} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

För att testa en hypotes om  $\mu_d$ , t.ex.

$$H_0: \mu_d = D_0$$

$$H_1: \mu_d \neq D_0$$

eller

$$H_0: \mu_d \geq D_0$$

$$H_1: \mu_d < D_0$$

Använda vi oss av teststatistikerna

om  $n$  stort och  $\sigma_d$  känt

$$Z = \frac{\bar{D} - D_0}{\frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}}$$

som är  $N(0,1)$ -fördelad

om  $n$  stort och  $\sigma_d$  känt

$$Z = \frac{\bar{D} - D_0}{\sigma_d / \sqrt{n}} \quad \text{som är } N(0,1)\text{-fördelad}$$

om  $n$  litet och populationerna normalfördelade

$$T = \frac{\bar{D} - D_0}{s_d / \sqrt{n}} \quad \text{som är } t\text{-fördelad med } n-1 \text{ frihetsgrader}$$

Läs kapitel 9.4!

På torsdag: tenta från augusti 2017  
läs igenom!