

Konfidensintervall för proportion (Kap. 7.4)

Hittills har vi bara pratat om hur man gör konfidensintervall för ett väntevärde  $\mu$ . Som sagt tidigare kan man göra konfidensintervall för andra parametrar också, t ex för variansen (ingår i kursen, men står i kap. 7.6) och proportioner. ~~■~~

Exempel 6 (side 332): 1 000 amerikanska medborgare

tillfrågas om dom känner att dom bär lika på presidenten. 637 svarar ja. Vi är intresserade i den riktiga proportionen  $p$  av alla amerikaner som lika på presidenten. Vår punktskattning blir naturligtvis

$$\hat{p} = \frac{637}{1000} = 0.637$$

~~Hur bra tror vi att denna skattning~~

Hur säkra är vi på att denna skattning är bra?

Hur gör vi ett konfidensintervall av detta?

Exemplet ovan kan ses som en binomialfördelning.

Vi gör  $n=1000$  försök och vi "lyckas" 637 gånger.

Vi söker den riktiga proportionen  $p$ , till hjälp har vi  $\hat{p}$ . Även här har vi hjälp av centrala gränsvärdesatsen.

Tidigare:  $\bar{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

~~■~~ Här:  $\hat{p} \approx N(p, \frac{p(1-p)}{n})$

②

Observera att variansen är  $\frac{p(1-p)}{n}$  och att vi inte vet  $p$ . Vi använder istället  $\hat{p}$  och skattar variansen med  $\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}$ .

Med denna motivering skapar vi konfidensintervall för proportionen  $p$  på följande vis.

$$L = \hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$U = \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Även detta bygger på centrala gränsvärdesatsen så vi gör bara så här om  $n$  är stort. ~~Herre~~ Här vill vi att både  $n\hat{p}$  och  $n(1-\hat{p})$  ska vara åtminstone 15.

EX: Åter till exempel 6 med ~~president~~ de amerikanska folkets förtroende för presidenten. Eftersom  $\hat{p} = 0.637$  så ges ett 95%-igt konfidensintervall för  $p$  av

$$l = 0.637 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.637 \cdot (1-0.637)}{1000}} = 0.607$$

$$u = 0.637 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.637 \cdot (1-0.637)}{1000}} = 0.667$$

Övning 52: Ett stickprov av storlek  $n = 144$  resulterade i  $\hat{p} = 0.76$ .

(a) Är stickprovsstorleken stor nog för att vi ska kunna ~~använda metoden~~ skapa ett konfidensintervall med metoderna i detta kapitel?

(b) Skapa ett 90%-igt konfidensintervall för  $p$ .

(c) Vilken antaganden är nödvändiga för att KI ska vara ok?

Ösning: (a) Enligt riktlinjerna i detta kapitel så vill vi att  $n \cdot \hat{p} \geq 15$  och att  $n \cdot (1 - \hat{p}) \geq 15$ .

Vi har här att  $n \cdot \hat{p} = 144 \cdot 0.76 = 109.44$  och att  $n \cdot (1 - \hat{p}) = 144 \cdot 0.24 = 34.56$

Alltså är stickprovet stort nog!

(b) Vi har att  $n = 144$  och att  $\hat{p} = 0.76$ ,  $\alpha = 0.1$ .

Det enda vi saknar är  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.05}$ .

Vi tittar i tabellerna och ser att  $Z_{0.05} = 1.645$ .

Vi får alltså att

$$l = 0.76 - 1.645 \cdot \sqrt{\frac{0.76 \cdot (1 - 0.76)}{144}} = 0.76 - 0.0585 = 0.7015$$

$$u = 0.76 + 0.0585 = 0.8185$$

Vårt observerade konfidensintervall är alltså

$$[0.7015; 0.8185]$$

(c) Enligt den tredje blå rutan på sida 333 så måste det gälla att

1. Stickprovet är taget från den relevanta populationen och

2.  $n$  är stort nog.

Punkt 2 har vi redan undersökt i (a)-uppgiften.

Punkt 1 måste vi anta är sant! Vi får ingen info om detta i uppgiften. Kommentera!

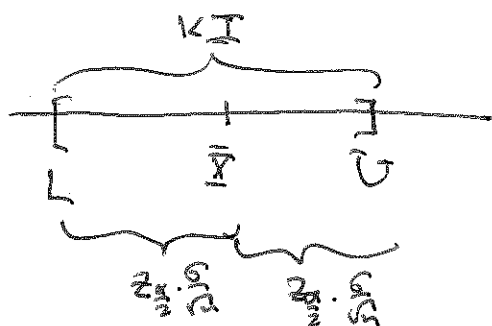
Disclaimer: Inke samma notation i boken.

## Bestämning av stickprovsstorleken (kap. 7.5)

Ibland när man gör statistiska undersökningar om en parameter har man i förväg ett kunn om hur stort "fel" man kan acceptera. Man kan t.ex. få i uppgift att skapa ett KI som skattar  $\mu$  inom 0.3. Kom ihåg KI för

$$L = \bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$U = \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Avståndet mellan  $\bar{X}$  och  $L$  (eller  $U$ ) är alltid  $z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  och kallas för sample error, SE.

Kom ihåg att längden på ett KI beror på  $n$ . PLOT!  
Det är sample error som ändras med  $n$ .

Om man, som ovan, vill skatta  $\mu$  inom 0.3 med ett 95% KI så vill vi att sample error ska vara 0.3. Vi måste då öka stickprovsstorleken tills detta uppfylls.

$$\text{Vi vill: } z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.3 \Rightarrow n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \sigma^2}{0.3^2}$$

Blä nta på sida 340.

(övning 75)