Tentamentsskrivning i **Matematisk Statistik med Metoder MVE490**

Tid: 22 augusti 2018
Examinatorer: Erik Broman.
Hjälpmedel: Typgodkänd miniräknare, egenhändigt skriven formelsamling om två A4 fram och bak (dvs 4 sidor), samt utdelade tabeller.

---

Tentamen består av 8 frågor om sammanlagt 50 poäng. Preliminära betygsgränser är satta till:
betyg "3": 20 till 29
betyg "4": 30 till 39 poäng
betyg "5": 40 eller fler poäng.

---

OBS! Alla lösningar skall vara väl redovisade och motiverade. Talen är ej ordnade efter svårighetsgrad

1. Takpannor-r-us tillverkar takpannor (!). Urban skall lägga om sitt tak och köper därför takpannor från ovan angivna företag. En takpanna är defekt med sannolikhet 0.007 och Urban köper in 500 stycken. Ange svaret i decimalform.

   (a) Varje paket med takpannor innehåller 10 stycken. Vad är sannolikheten att Urban får minst en defekt takpanna i sitt första paket? (2p)

   (b) Vad är sannolikheten att Urban får minst 8 men inte fler än 10 defekta takpannor (av de sammanlagt 500 han köper)? (3p)

   (c) Om Urban istället köper in 10000 takpannor, vad är sannolikheten att Urban får mellan 56 och 84 defekta takpannor? (3p)

2. En vanlig kortlek består av 52 kort (13 hjärter, 13 spader, 13 klöver och 13 ruter). Blanca Vlasic får fem kort (inga byten).

   (a) Vad är sannolikheten att Blanca får fem stycken hjärter? (2p)

   (b) Vad är sannolikheten att Blanca får fyra hjärter och en spader? (2p)

   (c) Vad är sannolikheten att Blanca får minst fyra hjärter? (2p)

3. Låt $X$ vara en slumpvariabel med sannolikhetsfunktion

$$\mathbb{P}(X = -1) = 0.5,\ \mathbb{P}(X = 2) = 0.3,\ \mathbb{P}(X = 5) = 0.2.$$

   (a) Beräkna väntevärdet och variansen av $X$. (2p)

   (b) Beräkna väntevärdet och variansen av $X^2$. (2p)

   (c) Låt $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$ vara oberoende och alla ha samma fördelning som $X$. Beräkna väntevärdet av $X_1 + X_2 + \cdots + X_{10}$. (2p)

4. Armand har två väskor med stavar. I väska nummer ett har han tre gula och tre röda stavar och i väska nummer två har han fyra gula och två röda stavar.

   Armand väljer först en väska och sedan drar han två stavar ur denna väska. Vi antar att väskorna och stavarna alla har samma sannolikhet att väljas/dras.

   (a) Vad är sannolikheten att Armand får två gula stavar? (3p)

   (b) Givet att Armand får två gula stavar, vad är sannolikheten att han valde väska nummer ett? (2p)

5. Du är intresserad av en proportion $p$ och har samlat in ett stickprov från den relevanta populationen. Det framtagna konfidensintervallet för $p$ blev $[0.25; 0.47]$ (signifikansnivå $\alpha = 0.05$).

   (a) Vad är värdet på punktskattningen $\hat{p}$? (1p)

   (b) Hur stort är stickprovet? (3p)

   (c) Om vi antar att $\hat{p}$ inte ändras, hur stort måste stickprovet vara för att längden på konfidensintervallet ska vara högst 0.16? (2p)

6. Ett renhållningsbolag hämtar sopor i ett lägenhetskomplex en gång i veckan. Bostadsföreningen och renhållningbolaget har en överenskommelse om att det ska i genomsnitt hämtas max 1100 kg sopor varje vecka. Renhållningsarbetarna misstänker dock att de faktiskt hämtar mer. Om så är fallet vill renhållningsbolaget ta mer betalt av bostadsföreningen. För att undersöka om det hämtas för mycket sopor så väger renhållningsarbetarna soporna som hämtas varje vecka under ett helt år (52 veckor på ett år). Stickprovsmedelvärdet blev $\bar{x} = 1128$ och stickprovsstandardavvikelsen blev $s = 126$.

   (a) Hjälp renhållningsarbetarna att utföra ett hypotestest, använd signifikansnivå $\alpha = 0.05$. Kan vi dra slutsatsen att de hämtar för mycket sopor i genomsnitt? (3p)

   (b) Vilken typ av fel riskerar du att ha begått? (1p)

   (c) Beräkna p-värdet för testet. Om du hade använt signifikansnivå 0.1 istället för 0.05, hade du då dragit samma slutsats i (a)-uppgiften? Svara med hjälp av p-värdet. (3p)

7. Sveriges och Norges utbidningsdepartement vill undersöka mattekunskaperna hos de bägge ländernas högstadieelever. Finns det någon skillnad i kunskapsnivån? För att testa detta skapas ett prov och man väljer slumpmässigt ut 64 svenska och 54 norska högstadieklasser som får göra provet. Totalt gjorde 1768 svenska och 1356 norska elever provet. Vi betecknar de svenska testresultaten med $x_1, x_2, \ldots$ och de norska tetresultaten med $y_1, y_2, \ldots$. Resultatet kan ses i tabellen nedan.

| Sverige | Norge |
|---|---|
| $\sum x_i = 10862.8$ | $\sum y_i = 7920.6$ |
| $\sum x_i^2 = 70792.76$ | $\sum y_i^2 = 49325.96$ |

Formulera hypoteser och gör ett hypotestest på signifikansnivå $\alpha = 0.05$. Är det någon skillnad på högstadieelevernas mattekunskaper i de bägge länderna? (4p)

8. I Figur 1 nedan kan du se tre olika histogram från tre olika stickprov. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Svara utan motivering! Varje rätt svar ger 1 poäng men varje fel svar ger -1 poäng. Inget svar ger 0 poäng. Totalt ger uppgiften som sämst 0 poäng. Tänk igenom varje svar ordentligt!

   (a) Medelvärdet av stickprov 3 är märkbart större än medelvärdet av stickprov 1.

   (b) Variansen i stickprov 3 är märkbart större än variansen i stickprov 1.

   (c) Kvartilavståndet i stickprov 3 är märkbart större än kvartilavståndet i stickprov 1.

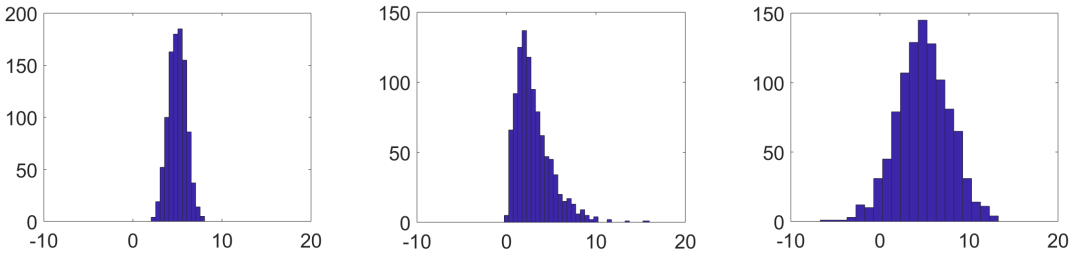
   (d) Stickprov 1 ser ut att komma från en normalfördelning.

   (e) Stickprov 2 ser ut att komma från en normalfördelning.

   (f) Stickprov 3 ser ut att komma från en normalfördelning.

   (g) Alla tre stickproven ser ut att vara skeva.

   (h) I allmänhet så är histogram ett lämpligt sätt att presentera både kvalitativ och kvantitativ data.




**(a)** Stickprov 1 **(b)** Stickprov 2 **(c)** Stickprov 3

**Figure 1:** Histogram över tre olika stickprov