1. Sannolikhetsteori

Sannolikhetsteori

- ger modeller för data
- tillåter oss att dra slutsatser om populationen genom att använda ett stickprov
- ger mått för tillförlitligheten av slutsatser

Ex: de Mérés problem: de Méré (en hasardspelare i Frankrike på 1600-talet) hade upptäckt empiriskt att

a) det lönar sig att slå vad att om man kastar en tärning fyra gånger, får man minst en sexa

b) det inte lönar sig att slå vad att om man kastar två tärningar 24 gånger, får man minst ett par av sexor.

de Méré kunde inte förklara det här teoretiskt men fick hjälp från Pascal ungefär 1650. Man säger att sannolikhetsteorin började utvecklas då.

Ex: Kvalitetskontroll: En bilfabrik köper 1000 bildelar och undersöker 75 av dem. Om man hittar fler än två felaktiga enheter, återsänder man hela partiet till leverantören. Annars accepterar man det.

Är kontrollsystemet effektivt? Säg att ett parti innehåller 20 felaktiga enheter. Hur stor är då sannolikheten att partiet kommer att godkännas?

1.1. Hur kan man tolka sannolikheter?

Hur kan man tolka sannolikheter?

1) Tal mellan 0 och 1 som säger någonting om chansen att en fysikalisk händelse kan inträffa

2) Om sannolikheten är nära 1 är det sannolikt att händelsen inträffar

3) Om sannolikheten är nära 0 är det inte sannolikt att händelsen inträffar

4) Om sannolikheten är nära $\frac{1}{2}$ är det lika sannolikt att händelsen inträffar än att den inte gör det

5) Sannolikheter kan utryckas som procenter: sannolikheten $0.3 = 100 \cdot 0.3\% = 30\%$.

Hur kan man räkna sannolikheter?

- Relativa frekvensen: Antag att man kan repetera ett experiment många gånger. Då är sannolikheten att en händelse A inträffar approximativt

$$P(A) = \frac{\text{antal gånger } A \text{ inträffar}}{\text{antal gånger experimentet utförs}}$$

  Ex. 1.1.2: Maximalt behov av elektrisitet. Man har observerad att på 80 dagar av 100 (valda på måfå från en tidigare studie) använder man mest elektrisitet mellan 6 och 7 på kvällen. Då är det naturligt att antag att sannolikheten att det maximala behovet på någon annan dag inträffar just då (mellan 6 och 7) är $80/100 = 0.8$.

- Klassiskt (inga experiment behövs): Om alla utfall av ett experiment är lika sannolika kan man säga att

$$P(A) = \frac{\text{antal gynsamma fall för } A}{\text{antal möjliga fall}}$$

  Ex: Antag att det är lika sannolikt att man har en flicka än att man har en pojke. Vad är sannolikheten att i en tvåbarnsfamilj både två barn är flickor?

1.2 Några definitioner

Definition 1.2.1: Mängden av alla möjliga utfall kallas ett *utfallsrum* (sample space) S. Ett element (utfall) i utfallsrummet kallas en *sampelpunkt* (sample point).

Definition 1.2.2: En delmängd av utfallsrummet kallas en *händelse* (event).

Låt A och B vara godtyckliga händelser.

- *Unionhändelsen* $A \cup B$: sampelpunkter som är i A eller i B eller både i A och i B
- *Snitthändelsen* $A \cap B$: sampelpunkter som är både i A och i B
- *Komplementära händelsen* av A, A': sampelpunkter som inte är i A

Definition 1.23: Två händelser A och B är *disjunkta* om de inte kan inträffa samtidigt, dvs att $A \cap B = \emptyset$.

1.3 Permutationer och kombinationer

Multiplikationsprincipen: Antag att man har k grupper av personer (element), n_1 i den första, n_2 i den andra,... och n_k i den $k$te gruppen. Man vill plocka k personer så att man plockar en från var och en av grupperna. Antal olika samlingar av k personer är då $n_1 n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$.

Man kan ordna n personer i rad på $n(n-1)\cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = n!$ (n fakultet) olika sätt.

En grupp av r objekt kan väljas bland n objekt på

$$\frac{n(n-1)\cdot \ldots \cdot (n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \binom{n}{r}$$

(“n över r”) olika sätt.