

## 5. Simultana fördelningar

Antag att man har två diskreta stokastiska variabler  $X$  och  $Y$ . Den **simultana frekvensfunktionen** av  $X$  och  $Y$  definieras

$$f(x, y) = P(X = x, Y = y)$$

Funktionen är sådan att

$$\sum_{\text{alla } y} \sum_{\text{alla } x} P(X = x, Y = y) = 1$$

Frekvensfunktionerna av  $X$  och  $Y$  får man från den simultana frekvensfunktionen:

$$f_X(x) = P(X = x) = \sum_{\text{alla } y} P(X = x, Y = y)$$

och

$$f_Y(y) = P(Y = y) = \sum_{\text{alla } x} P(X = x, Y = y)$$

Om  $X$  och  $Y$  är oberoende, då är

$$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$$

för alla  $x$  och  $y$ .

**Obs!** I kontinuerliga fallet kan man definiera den **simultana täthetsfunktionen**.

Man kan också räkna den betingade sannolikheten för en viss  $x$  givet att  $Y$  får ett värde  $y$ :

$$P(X = x|Y = y) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(Y = y)}$$

om  $P(Y = y) > 0$ .

Låt  $X$  vara en stokastisk variabel med väntevärde  $\mu_X$  och  $Y$  en stokastisk variabel med väntevärde  $\mu_Y$ . **Kovariansen** mellan  $X$  och  $Y$  är

$$\text{Cov}(X, Y) = \mathbf{E}[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] = \mathbf{E}[XY] - \mathbf{E}[X]\mathbf{E}[Y] = \mathbf{E}[XY] - \mu_X\mu_Y.$$

Väntevärdet  $\mathbf{E}[XY]$  kan man räkna (i diskreta fallet) genom att använda den simultana frekvensfunktionen

$$\mathbf{E}[XY] = \sum_{\text{alla } y} \sum_{\text{alla } x} xy P(X = x, Y = y)$$

**Korrelationen** mellan  $X$  och  $Y$  mäter linjärt beroende mellan  $X$  och  $Y$ . Korrelationen mellan  $X$  och  $Y$  är

$$\rho_{XY} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$$

där  $\sigma_X$  och  $\sigma_Y$  är respektive standardavvikelser av  $X$  och  $Y$ .