

**TENTAMEN:** Matematisk statistik för K (TMA072)

Fredagen den 20 augusti 2004, kl 14:15-18:15

**Lärare:** Aila Särkkä

**Jour:** Oskar Sandberg, telefon 772 5366

**Hjälpmedel:** Formelsamling, tabeller (även BETA, Physics Handbook, skoltabeller, t.ex. TEFYMA), valfri miniräknare.

- 1) Anta att man har två händelser  $A$  och  $B$  och att  $P(A) = 0.4$  och  $P(A \cap B) = 0.3$ . Beräkna  $P(B)$  och  $P(A \cup B)$ , när

- a)  $A$  och  $B$  är oberoende.
- b)  $A$  och  $B$  är beroende och sannolikheten att händelse  $A$  inträffar givet att  $B$  har inträffat är 0.6.

(4p)

- 2) a) Vad är fördelen med att använda intervallskattning i stället för punktskattning?
- b) Man jämför poängtal i ett mattetest för pojkar och flickor i åttonde klass. Medelvärde av poängtalet för pojkar är 48.9, för flickor 48.4 och ett 90% konfidensintervall för skillnaden mellan pojkar och flickor (dvs. för  $\mu_{\text{pojkar}} - \mu_{\text{flickor}}$ ) är  $[-4.6, 5.6]$ . Kan man säga att pojkar är bättre på matte än flickor? Förklara.

(3p)

- 3) Man studerar hur korrosionsegenskaper av kokillhärdat gjutjärn beror på krominnehållet av legeringen. Ett stickprov av storlek 12 av kokillhärdat gjutjärn med 0.1% krominnehåll gav korrosionshastigheter med medelvärde 2.462 och stickprovsstandardavvikelse 0.315 och ett (annat) stickprov av storlek 13 av kokillhärdat gjutjärn med 0.2% krominnehåll gav korrosionshastigheter med medelvärde 2.296 och stickprovsstandardavvikelse 0.297.
- a) Utför ett hypotestest för att studera om det finns bevis för att krominnehållet påverkar korrosionshastighet av kokillhärdat gjutjärn.
  - b) Konstruera ett 99% konfidensintervall för skillnaden mellan de förväntade korrosionshastigheterna av kokillhärdat gjutjärn på de två olika krominnehållen.
  - c) Jämför resultaten i a) och b).

(5p)

- 4) Man studerar duvornas diet genom att undersöka 16 fåglar. Man vill testa om medelvikten av torra frön i duvornas mage skiljer sig från 1g. Data är i vektorn `pigeon` och `Splus` användes för att testa nollhypotesen  $H_0 : \mu = 1$ , där  $\mu$  representerar den förväntade medelvikten av frön i duvornas mage. `Splus` gav

```
t.test(pigeon, alternative="two.sided",mu=1)
```

One-sample t-Test

```
data: pigeon
t = 3.999, df = 15, p-value = 0.0012
alternative hypothesis: true mean is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 1.402968 2.322782
sample estimates:
mean of x
 1.862875
```

- Identifiera mothypotesen.
- Vad är teststatistikan (formel), dess fördelning och värdet av den?
- Hitta och tolka  $p$ -värdet. På vilken signifikansnivå skulle man kunna förkasta  $H_0$ ?

(5p)

- 5) Elasticitetsmodyler från ett stickprov av storlek 10 av en lärablandning av typ A mäts och medelvärdet blir 19.50. Man mäter också elasticitetsmodyler från ett stickprov av storlek 12 av en lärablandning av typ B och medelvärdet blir 18.64. Forskaren använder värdet 1.0 som en gemensamm standardavvikelse av elasticitetsmodylerna av de två typerna av lära.

- Vad är det exakta dubbelsidiga  $p$ -värdet för nollhypotesen att de två typerna av lära har samma väntevärde för elasticitetsmodylen?
- Vilka antaganden har du gjort i a)?

(4p)

- 6) Anta att densiteten av en kemikalisk lösning är normalfördelad med väntevärde 0.0046 och varians  $9.6 \times 10^{-8}$ .
- Vad är sannolikheten att densiteten av lösningen är mellan 0.004 och 0.005?
  - För vilket värde  $x_0$  på densiteten är sannolikheten att densiteten av lösningen överstiger  $x_0$  5%?

(4p)

- 7) Två arter av fåglar, flugsnappare och mesar, konkurrerar om bohål på Gotland. Man kan ofta hitta döda flugsnappare i fågelholkar som är bebodda av mesar. Ekologer vill studera om dödlighetsrisken för flugsnappare är relaterad till graden av konkurrens om boplatser mellan de två arterna. Tabellen nedan ger antalet döda flugsnappare ( $f$ ) på 14 åtskilda ställen på ön och andelen (i procent) fågelholkar bebodda av mesar ( $m$ ) på samma ställen:

Plot	$f$	$m$
1	0	24
2	0	33
3	0	34
4	0	43
5	0	50
6	1	35
7	1	35
8	1	38
9	1	40
10	2	31
11	2	43
12	3	55
13	4	57
14	5	64

- Plotta en "scattergram" av datamängden. Är det så att antalet döda flugsnappare verkar öka linjärt då andelen fågelholkar bebodda av mesar ökar?
- Skatta regressionslinjen för att beskriva hur andelen fågelholkar bebodda av mesar påverkar antalet döda flugsnappare. Tolka resultatet.
- Testa om regressionen är signifikant, dvs. nollhypotesen att  $\beta_1 = 0$ .

(5p)

**Lycka till!**