

TENTAMEN: Matematisk statistik för K (TMA072)

Tisdagen den 30 maj 2007, kl 14:00-18:00

Lärare och jour: Aila Särkkä, telefon 772 3542

Hjälpmedel: Formelsamling, tabeller (även BETA, Physics Handbook, skoltabeller, t.ex. TEFYMA), valfri miniräknare.

- 1) Antag att man har två händelser A och B och att $P(B) = 0.6$, $P(A \cup B) = 0.8$ och $P(B|A) = 0.3$.
 - a) Beräkna $P(A)$.
 - b) Beräkna $P(A \cap B)$.
 - c) Är A och B disjunkta händelser? Varför/varför inte?
 - d) Är A och B oberoende? Varför/varför inte? (4p)

- 2)
 - a) När kan en funktion f vara en täthetsfunktion av en kontinuerlig stokastisk variabel X ?
 - b) För vilka värden på konstanten c (om några) är $f(x) = \frac{3}{8} + cx$, $0 \leq x \leq 3$, en täthetsfunktion? (3p)

- 3) Man studerar hur korrosionsegenskaper av kokillhärdat gjutjärn beror på krominnehållet av legeringen. Ett stickprov av storlek 12 av kokillhärdat gjutjärn med 0.1% krominnehåll gav korrosionshastigheter med medelvärde 2.462 och stickprovsstandardavvikelse 0.315 och ett (annat) stickprov av storlek 13 av kokillhärdat gjutjärn med 0.2% krominnehåll gav korrosionshastigheter med medelvärde 2.296 och stickprovsstandardavvikelse 0.297.
 - a) Utför ett hypotestest för att studera om det finns bevis för att krominnehållet påverkar korrosionshastighet av kokillhärdat gjutjärn. Använd signifikansnivån 0.01.
 - b) Konstruera ett lämpligt konfidensintervall för att studera samma sak som i a).
 - c) Jämför resultaten i a) och b).
 - d) Vilka antaganden har du gjort i a) och b)? (5p)

- 4) Anta att man har ett stickprov av storlek n från en normalfördelning med väntevärde μ och varians $\sigma^2 = 4$. Man vill testa $H_0 : \mu = 10$ mot $H_1 : \mu < 10$ på signifikansnivån 0.01. Teststatistikan man använder är den vanliga, dvs. $(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}/\sigma$. Anta att det sanna väntevärdet är 9. Hur stor borde stickprovsstorleken n vara för att teststyrkan (power) blir minst 90%? (4p)

- 5) Man vill undersöka om vattenabsorbanssegenskaperna av bomulltyg påverkas av olika valstryck, 10kg/cm^2 och 20kg/cm^2 . För att undersöka detta har man 14 tygprov, som halveras i två bitar. En av varje par av bitarna prövas med tryck 10kg/cm^2 och den andra biten med tryck 20kg/cm^2 . Man har utfört det följande T -testet med Matlab:

```
[h,p,ci,stats] = ttest(fab10,fab20,0.01,'both')
h =
    1
p =
    0.0012
ci =
    1.9935 13.0065

stats =
tstat:  4.1028
df:    13
sd:    6.8398
```

- a) Ange noll- och mothypoteserna.
- b) Vilket T -test har man utfört? Vad är formeln och fördelningen (när H_0 är sann) för teststatistikan och dess värde?
- c) Vad är resultatet av testet? Skiljer vattenabsorbanssegenskaperna på grund av valstryck?
- d) Vilka antaganden har man gjort för att kunna utföra testet? (5p)
- 6) a) När är en linjär regressionsmodell en lämplig modell? Hur kan man kolla detta efter att skattat regressionslinjen?
- b) Härled ett 95% konfidensintervall för β_0 , dvs där regressionslinjen skär y -axeln. (4p)

- 7) Man vill undersöka ammoniaknivåerna i luften i närheten av en avfart av en motorvägstunnel i San Francisco. De dagliga ammoniakkoncentrationerna i 8 dagar (valda på måfå) under eftermiddags rusningstrafik är 1.53, 1.50, 1.37, 1.51, 1.55, 1.42, 1.41 och 1.48 (ppm). Man vill veta om den genomsnittliga dagliga ammoniakkoncentrationen (medelvärdet eller medianen) är större än 1.5ppm. Använd signifikansnivån 0.05.
- a) Använd ett lämpligt Z - eller T -test för att testa om den genomsnittliga dagliga ammoniakkoncentrationen (medelvärdet eller medianen) är större än 1.5ppm..
 - b) Använd ett lämpligt ickeparametriskt test för att testa samma sak som i a).
 - c) Vilka antaganden har du gjort i a) och b)?
 - d) Är slutsatserna samma i a) och b)? Varför/varför inte? Om de inte är samma, vilket test skulle du lita på? (5p)

Lycka till!