

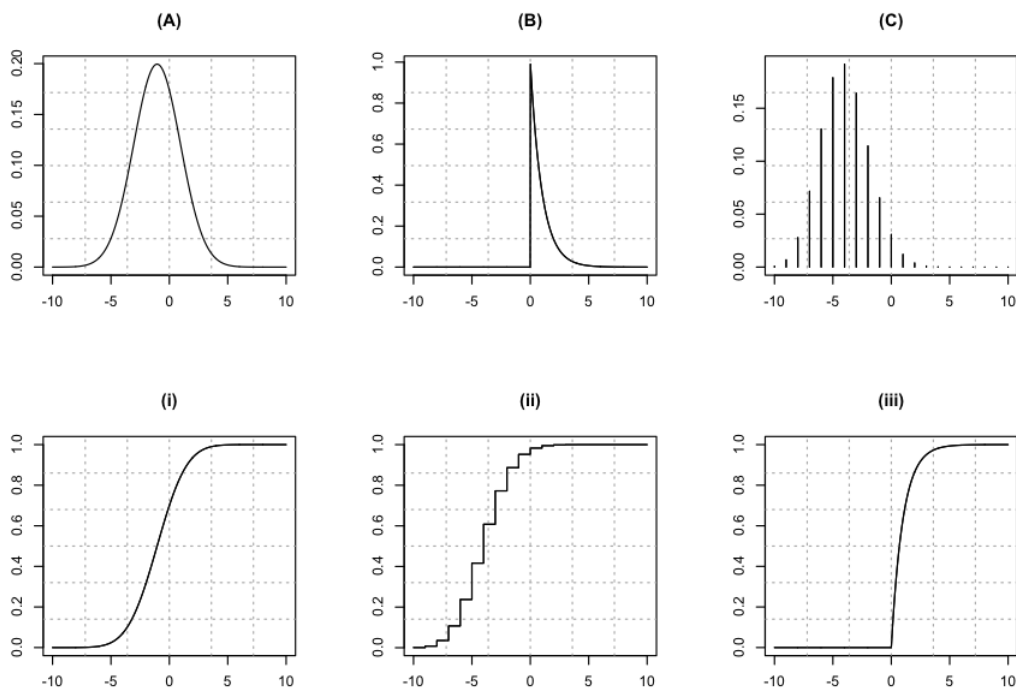
Lärare och jour: David Bolin, telefon 772 5375.

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling, tabeller (även BETA, Physics Handbook, skoltabeller, t ex TEFYMA), valfri miniräknare med tömda minnen.

Korrekt, väl motiverad lösning ger poängen som är indikerad i parentes vid vardera uppgift. Totalt kan man få 30 poäng och betygsgränserna för betyg 3, 4 och 5 är 12, 18 och 24 poäng.

1. I figuren nedan visas tre sannolikhetsfunktioner eller täthetsfunktioner (A,B,C) samt tre fördelningsfunktioner (i,ii,iii).

- (a) Vilken fördelningsfunktion hör ihop med vilken sannolikhets- eller täthetsfunktion? Motivera svaret. (1p)
- (b) En slumpvariabel X har fördelningsfunktion (i), vad är $P(X > 0)$? (1p)



2. I ett recept på potatisgratäng står det att man ska ta ”10 normalstora potatisar eller 1 kg”. Vi har 10 potatisar av sorten King Edward med $N(90, 20^2)$ -fördelade vikter, oberoende av varandra (enhet: gram).

- (a) Hur stor är sannolikheten att potatisarnas totala vikt räcker till att få ihop 1 kg? (2p)
- (b) Hur många potatisar måste man ta för att sannolikheten att de tillsammans ska väga minst 1 kg skall vara minst 0.90? (2p)

3. Ett läkemedelsföretag undersöker verkningstiden hos två olika typer av bedövningsmedel, A och B. Först används A på en grupp med åtta patienter med följande resultat

Patient i	1	2	3	4	5	6	7	8
Verkningstid A (minuter)	62	58	43	53	66	65	46	50

Sedan testas bedövningsmedel B på annan grupp med sex patienter, med följande resultat

Patient i	9	10	11	12	13	14
Verkningstid B (minuter)	47	56	72	71	61	72

- (a) Ansätt en modell baserad på normalfördelningar med samma standardavvikelse hos de två grupperna och skatta skillnaden i verkningstid mellan de två bedövningsmedlen. (3p)
- (b) Undersök om skillnaden mellan verkningstiderna hos de två bedövningsmedlen är signifikant på nivå 95%. Formulera nollhypotes och mothypotes och utför testet med hjälp av lämpligt konfidensintervall eller teststorhet. (3p)
4. Läkemedelsföretaget var inte nöjda med studien i Uppgift 3 och bestämmer sig för att utföra en uppföljningsstudie. De kallar in de första åtta patienterna igen och testar bedövningsmedel B även på dessa. De sammanställda resultaten för de två testerna på patienterna är

Patient i	1	2	3	4	5	6	7	8
Verkningstid A (minuter)	62	58	43	53	66	65	46	50
Verkningstid B (minuter)	65	62	46	59	71	69	49	57

- (a) Om vi vill testa skillnaden i verkningstid mellan de två bedövningsmedlen, vad är fördelen med den här försöksupställningen jämfört med den i Uppgift 3? (1p)
- (b) Ansätt en ny modell baserad på normalfördelningen för den nya mätsituationen och skatta skillnaden i verkningstid mellan preparaten. (3p)
- (c) Undersök åter om skillnaden mellan verkningstiderna hos de två bedövningsmedlen är signifikant på nivå 95% med hjälp av lämpligt konfidensintervall eller hypotestest. (2p)
5. Antalet icke-fungerande bildelement, eller så kallade döda pixlar, i en viss typ av LCD-skärmar är $Po(\mu)$ -fördelade med $\mu = 3$. Vid en kvalitetskontroll av ett parti skärmar räknas det totala antalet döda pixlar hos 10 slumpvis valda skärmar. Partiet accepteras och antas hålla tillräckligt hög kvalitet om det totala antalet döda pixlar är maximalt 40.
- (a) Beräkna sannolikheten att en LCD-skärm inte har några döda pixlar. (1p)
- (b) Beräkna det förväntade totala antalet döda pixlar hos de 10 skärmarna. (2p)
- (c) Vad är sannolikheten att partiet accepteras? (2p)
- (d) Om partiet inte accepteras utförs ytterligare en undersökning av partiet. Kostnaden för den första kontrollen är 200kr och kostnaden för den andra undersökningen är 300kr. Vad är den förväntade totala kostnaden för kvalitetskontrollen av partiet? (2p)
6. Vi har ett stickprov x_1, \dots, x_n från en fördelning med täthetsfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{c} \exp\left(-\frac{x^3}{3\lambda}\right), & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- (a) Bestäm c så att $f(x)$ är en täthetsfunktion. (2p)
- (b) Härled maximum-likelihood-skattaren av parametern λ baserat på stickprovet. (3p)

Lycka till!