
Lärare: David Bolin

Jour: Anders Hildeman, telefon 772 53 10.

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling, tabeller (även BETA, Physics Handbook, skoltabeller, t ex TEFYMA), valfri miniräknare med tömda minnen.

Korrekt, väl motiverad lösning ger poängen som är indikerad i parentes vid vardera uppgift. Totalt kan man få 30 poäng och betygsgränserna för betyg 3, 4 och 5 är 12, 18 och 24 poäng.

- (a) Tiden det tar (i minuter) mellan besökare anländer till ett café är $\text{Exp}(5)$ -fördelad. Beräkna sannolikheten att det tar minst 2 minuter mellan den första och andra besökaren. (2p)
 - (b) Anna, Bert och Carl är bjudna på fest. Sannolikheten att de kommer på festen är 0.8, 0.6 respektive 0.9 och de kommer oberoende av varandra. Beräkna sannolikheten att åtminstone två av de tre personerna kommer på festen. (3p)
- Låt X och Y vara två oberoende $U[0, \pi]$ -fördelade slumpvariabler.
 - (a) Beräkna $E(\sin(X))$. (2p)
 - (b) Vad är den simultana täthetsfunktionen för (X, Y) ? (1p)
 - (c) Vad är sannolikheten att Y är större än $\sin(X)$? Rita en figur och markera området i (x, y) -planet som motsvarar den sökta sannolikheten. (3p)
- Längden (i cm) hos öringar i en sjö kan modelleras som $L \sim N(22.5, 5^2)$. Enligt reglerna för fiske i sjön måste fiskare sätta tillbaka all fisk de fångar som är kortare än 20cm.
 - (a) Vad är sannolikheten att en slumpvis fångad öring är minst 20 cm lång? (2p)
 - (b) Anders är ute och fiskar och fångar 5 öringar, vad är sannolikheten att han får behålla åtminstone tre av fiskarna? (3p)
- Halten luftförorening mäts regelbundet på ett antal platser i Göteborg. På taket av varuhuset Femman i östra Nordstan ligger miljöförvaltningens huvudstation och i Haga vid korsningen Vasagatan - Sprängkullsgatan ligger en annan mätstation. Mätningar av $\text{PM}_{2.5}$ (enhet $\mu\text{g}/\text{m}^3$) från sju dagar vid stationen i Nordstan är

6.6, 8.0, 8.4, 12.8, 7.7, 11.0 och 7.4.

Mätningar från sju andra dagar i Haga ges av

12.9, 11.9, 13.1, 12.2, 11.9, 9.4 och 7.7.

Ansätt en modell baserad på lämpliga antaganden om oberoende och normalfördelning och testa om vi kan påvisa att medelhalten skiljer sig mellan de två platserna. Modell, hypoteser och signifikansnivå för testet ska redovisas tydligt. (4p)

5. Antal rapporterade kilo hummer som fångades av det svenska yrkesfisket i Kattegatt åren 1999-2012 står angivna i följande tabell¹:

År	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Kg	3678	4065	3508	3541	5055	7373	6466	3845	5067	4603	6279	4803	6916	6268

- (a) Antag att hummerfångsten följer en linjär trend $\beta_0 + \beta_1 x$ där x är året och att de observerade värdenas avvikelser från trenden är normalfördelade med konstant varians. Skatta parametrarna i modellen samt variansen hos avvikelserna. (2p)
- (b) Beräkna ett 90% konfidensintervall för lutningsparametern (β_1). Verkar det som att antal kilo uppfiskade humrar förändras med tiden? (1p)
- (c) Beräkna ett 95% prediktionsintervall för antal kilo humrar som kommer fångas under år 2015. (1p)
6. En bearbetningsanläggning är placerad nära ett mindre vattendrag. I bearbetningen bildas restprodukter innehållande kemikalie X . Kemikalie X anses vara skadlig och kan påverka den omgivande biotopen negativt. På grund av detta så får inga vattendrag i Sverige ha en högre koncentration av kemikalie X än $3 \mu\text{g}/\text{l}$. För att undvika att koncentrationen i vattendraget överstiger gränsvärdet har företaget bestämt att medianen av koncentrationen i anläggningens avloppsvatten inte får överstiga gränsvärdet. För att undersöka avloppsvattnet görs varje månad mätningar som kan ses i följande tabell:

Månad	Jan	Feb	Mar	Apr	Maj	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
$\mu\text{g}/\text{l}$	2.290	1.302	2.832	2.093	2.071	2.554	3.102	3.165	3.066	3.272	2.786	2.706

- (a) Utför ett teckentest med nivå 99% för att testa om medianen för fördelningen av kemikalie X är mindre än gränsvärdet $3 \mu\text{g}/\text{l}$. (4p)
- (b) Vi kunde också använt oss av Wilcoxons ranktest för att testa hypotesen i (a). Beskriv detta tests eventuella fördelar och nackdelar jämfört med teckentestet. (1p)
- (c) Teckentest och Wilcoxons ranktest är exempel på ickeparametriska test. Beskriv de huvudsakliga fördelarna och nackdelarna med att använda sådana test jämfört med test baserat på normalfördelningen. (1p)

Lycka till!

¹ref <https://www.havochvatten.se/hav/fiske-fritid/yrkesfiske/statistik-och-kartor/fangststatistik-yrkesfisket.html>