

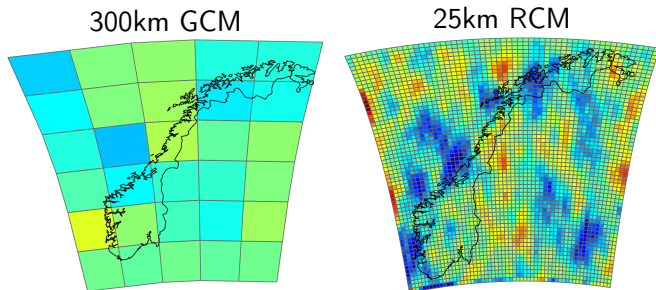
Föreläsning 2: Räknelagar för sannolikheter

Matematisk statistik

David Bolin
Chalmers University of Technology
Augusti 30, 2017

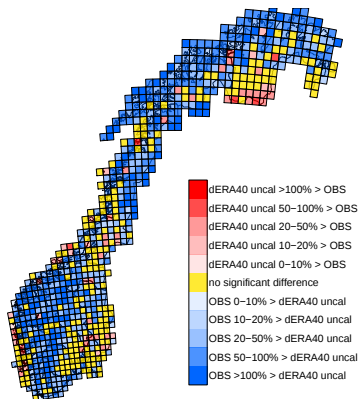


Regional climate models



- Dynamical downscaling of earth system models is intended to produce high resolution climate information at regional scales.
- One major purpose of RCMs is to give stakeholders and decision makers reliable projections, at practically useful spatio-temporal scales, of future weather events.

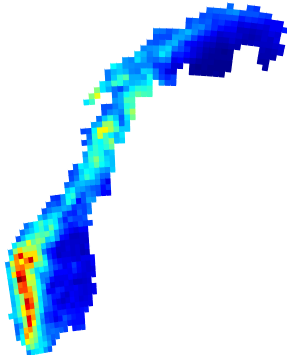
Bias in precipitation



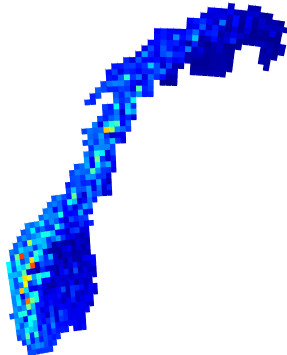
- RCMs tend to be regionally biased in terms of precipitation.
- Bias correction attempts to adjust the climate model output to make it closer to observed data.
- The idea is that applying this bias correction to future simulations should also provide more realistic projections.
- Unless this is successful, it is difficult to argue that downscaled scenario-based climate projections are useful for decision-makers.

Example calibration

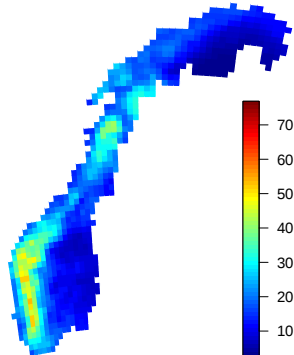
Observation



dBCM



Calibrated dBCM



Utfall och utfallsrum

slumpmässigt försök

Man brukar säga att ett slumpmässigt försök är ett försök som kan upprepas under väsentligen identiska förhållanden där utfallet av försöket inte exakt kan förutsägas i det enskilda fallet.

Utfall och utfallsrum

Resultatet av ett försök kallas för ett *utfall* ω , och mängden av alla möjliga utfall kallas för *utfallsrummet* Ω .

Händelser

Man kan också sätta samman olika utfall till *händelser*. En händelse A är en mängd av utfall, det vill säga en delmängd av utfallsrummet Ω .

Snitt, union och komplement

Låt A och B vara två händelser, vi definierar

Komplement, A^c (A')

Mängden av alla utfall som inte finns i A . $A^c = \Omega \setminus A$.

Union, $A \cup B$

Mängden av alla utfall i A eller B .

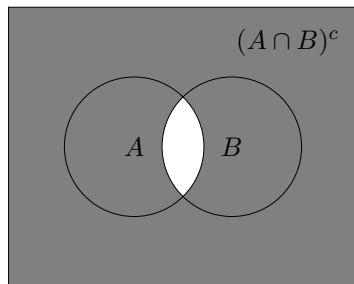
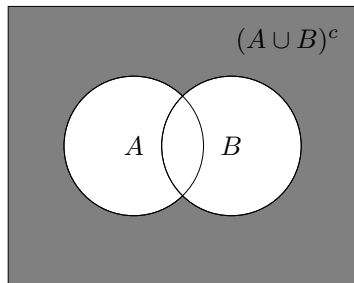
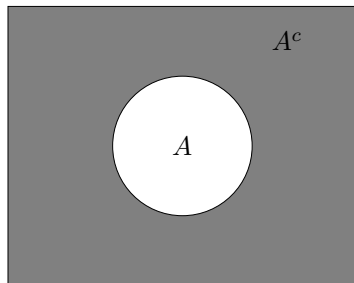
Snitt $A \cap B$

Mängden av alla utfall som finns i A och B .

Den tomma mängden $\emptyset$

Brukar kallas för en omöjlig händelse. Om $A \cap B = \emptyset$ så säger vi att A och B är oförenliga, disjunkta, eller utesluter varandra.

Venndiagram



Permutationer och kombinationer

Permutation

En specifik ordning av ett antal objekt

Kombination

Ett urval av ett antal objekt utan hänsyn till ordning

Multiplikationsprincipen

Om det finns a sätt att utföra ett val och b sätt att utföra ett annat val så finns det ab sätt att utföra det kombinerade valet.

Fakultet

För $n \in \mathbb{N}$ definierar vi $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ där $0! = 1$. $n!$ utläses som "n-fakultet".

Att räkna antalet kombinationer

Sats

Antalet sätt vi kan plocka ut r av totalt n objekt, med hänsyn tagen till ordningen ges av

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Sats

Antalet sätt vi kan plocka ut r av totalt n objekt, utan hänsyn tagen till ordningen ges av

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Kolmogorovs axiomsystem

Kolmogorovs axiomsystem

Låt Ω vara ett utfallsrum. En sannolikhet, eller sannolikhetsmått $P : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ är en reell funktion som tar händelser i Ω som argument och returnerar ett reellt tal, och som uppfyller

- 1 $0 \leq P(A) \leq 1$.
- 2 $P(\Omega) = 1$.
- 3 Om $A_1, A_2, \dots$ är en följd av disjunkta händelser så gäller att

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Speciellt så gäller att om händelserna A och B är disjunkta så är

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Egenskaper hos sannolikhetsmåttet

Ur axiomen kan vi härleda följande egenskaper.

Egenskaper

För ett sannolikhetsmått P gäller att

- 1 $P(\emptyset) = 0$.
- 2 $P(A^c) = 1 - P(A)$.
- 3 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Att dessa är uppfyllda inses enkelt genom att rita Venndiagram!

The Monty Hall Problem

Ett problem baserat på TV-programmet Let's make a deal.

- I studion finns tre dörrar, bakom en dörr finns en bil och bakom de andra två finns getter.
- Den tävlande väljer en dörr utan att öppna den och programledaren öppnar en av de andra som innehåller en get.
- Den tävlande ges nu möjligheten att antingen öppna den valda dörren eller att byta och öppna den andra stängda dörren.
- Ska den tävlande byta dörr?
- Om den tävlande vill ha gotten är valet enkelt, som XKCD visar:

