

Lärare och Jour: David Bolin, telefon 772 53 75.

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling och valfri miniräknare med tömda minnen.

Korrekt, väl motiverad lösning ger poängen som är indikerad i parentes vid vardera uppgift. Totalt kan man få 40 poäng och betygsgränserna för betyg 3, 4 och 5 är 16, 24 och 32 poäng.

1. En fabrik har tre olika maskiner som inför jul producerar förpackningar med knäck. Dessa tre maskiner fungerar oberoende av varandra och har följande egenskaper

	Driftsäkerhet	Kapacitet
Maskin 1	0.92	5 förpackningar / minut
Maskin 2	0.96	2 förpackningar / minut
Maskin 3	0.98	3 förpackningar / minut

Detta betyder till exempel att sannolikheten att den första maskinen fungerar vid ett visst tillfälle är 0.92 och givet att den fungerar kan den producera 5 förpackningar med knäck varje minut.

- (a) Beräkna sannolikheten att precis två av tre maskiner fungerar. (3p)
(b) Beräkna det förväntade antalet förpackningar knäck som fabriken producerar under en minut. (2p)
2. Vi har ett stickprov x_1, \dots, x_n från en fördelning med täthetsfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{6\theta^4} \exp(-\frac{x}{\theta}), & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- (a) Härled maximum-likelihood-skattaren av parametern θ baserat på stickprovet. (3p)
(b) Är maximum-likelihood-skattaren väntevärdesriktig? Tips: Om k är ett positivt heltal gäller att $\int_0^\infty x^k e^{-x} dx = k!$. (2p)
3. Sanna ska baka en äppelpaj och använder ett recept där det står det att man ska använda ca 800g äpplen. Hon går till affären och köper 6 äpplen av sorten Santana. Dessa har $N(130, 20^2)$ -fördelade och oberoende vikter (enhet: gram).

- (a) Hur stor är sannolikheten att äpplenas totala vikt räcker till att få ihop 800g? (2p)
(b) Hur många äpplen måste hon köpa för att sannolikheten att de tillsammans ska väga minst 800g skall vara minst 0.95? (3p)
4. I Figur 1 visas data för 319 valdistrikt i Göteborg med omnejd från riksdagsvalet 2014. Varje punkt i grafen till vänster visar andelen i distriktet som röstade på Moderaterna (M) som funktion av medianlönen (per år) i distriktet. En linjär modell verkar rimlig för datan, där andelen röster på M i distrikt i , Y_i , är en linjär funktion av medianlönen, (X_i) . Alltså att $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, där $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ är oberoende. Från datan kan man beräkna följande storheter: $S_{xx} = 2064085425$, $S_{xy} = 445677.5$, $S_{yy} = 141.8691$, $\bar{x} = 228117.3$, $\bar{y} = 22.51489$.
- (a) Skatta parametrarna β_0, β_1, σ i modellen. (2p)
(b) Testa med signifikansnivå $\alpha = 0.01$ om medianlön har en signifikant påverkan på andelen röster. (2p)

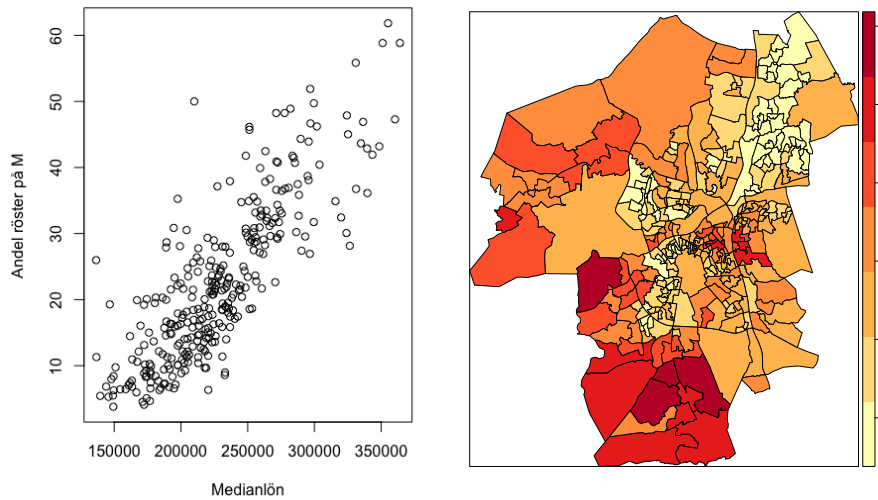


Figure 1: Andelen som röstade på M i riksdagsvalen 2014 för 319 valdistrikt i Göteborg med omnejd (höger) och andelen för varje distrikt som funktion av distriktets medianlön (vänster).

- (c) Beräkna ett 95% prediktionsintervall för andelen röster på M i ett område med en medianlön på 300 000kr. (3p)
5. I en studie undersöktes effekterna av en ny blodtrycksmedicin genom att deltagarnas blodtryck mättes i början av studien och sedan en vecka senare efter att de tagit medicinen varje dag. I studien deltog 6 kvinnor och 5 män. Resultatet kan ses i följande tabell.

Person nr	kvinnor						män				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Före	135	133	134	129	139	130	140	134	137	133	132
Efter	133	130	136	133	131	127	134	132	133	133	127

- (a) Undersök om variansen av blodtrycket hos kvinnorna och männen skilde sig signifikant innan studien började. (3p)
- (b) Undersök om väntevärdet av blodtrycket hos kvinnorna och männen skilde sig signifikant innan studien började. (3p)
- (c) Undersök om effekten av medicinen är signifikant olika för kvinnor och män. (4p)

För testerna i (a)-(c), använd signifikansnivå $\alpha = 0.05$ och kom ihåg att skriva upp vilka tester som används, samt att rapportera modellantaganden. Lämpliga antaganden om normalfördelning och oberoende kan göras.

6. Fabriken som producerar knäck i Uppgift 1 vill undersöka om kvalitén på deras produkt beror på vilken maskin som används, samt om det spelar roll vilken sorts sirap de använder. För varje maskin producerar de tre förpackningar med vardera sirapssort och mäter kvalitén på varje förpackning. Resultaten av undersökningen sammanfattas i följande tabell, där responsvariabeln är ett kvalitetsmått som är större ju bättre kvalitén är.

Maskin	Sirap	Respons		
1	Märke A	3.93	3.48	2.40
2	Märke A	2.81	4.33	2.88
3	Märke A	5.73	6.63	6.31
1	Märke B	5.13	5.90	5.75
2	Märke B	6.15	7.92	8.97
3	Märke B	10.18	8.62	8.56

(a) Vad är en lämplig modell för experimentet? (1p)

Vi vill nu beräkna experimentets variansanalystabell, och gör detta i tre steg:

(b) Beräkna de medelvärden som behövs. (2p)

(c) Beräkna de kvadratsummor som behövs. (2p)

(d) Använd resultaten från (b) och (c) för att skriva ner variansanalystabellen. (2p)

Använd variansanalystabellen för att på nivå $\alpha = 0.05$ testa om

(d) Det finns en signifikant samspelseffekt mellan de två faktorerna. (1p)

(e) Huvudeffekterna av sirapssort och maskin är signifikanta. (2p)

Lycka till!