

Inlämningsuppgift 1. Sannolikhetsteori

Inlämning 13/5 på föreläsningen.

Alla lösningar skall skrivas och lämnas in individuellt. Jag uppmuntrar till diskussioner, men alltför lika (kopierade) inlämningar ger avdrag. Låna därför inte ut dina lösningar till någon annan.

Lämna in lösningen senast på föreläsningen 13/5 klockan 17. Det går bra att skicka in lösningen elektroniskt, men den måste då vara skriven i en texteditor och skickas in i pdf-format med filnamn: Inl1_”förochefternamn”_TMA321.pdf. Den skall i så fall skickas till broman@chalmers.se

OBS: Inscannad handskriven text rättas ej. Sent inkomna lösningar rättas ej!!!!

Inlämningsuppgiften består av fyra uppgifter om maximalt 20 poäng. Följande bonuspoäng kan förtjänas:

Poäng	Bonus
0 – 8	0
8.5 – 11	0.5
11.5 – 14	1
14.5 – 17	1.5
17.5 – 20	2

- Ellen har tre påsar godis. I påse nummer ett finns 3 orangea och 5 gröna, i påse nummer två finns 2 orangea och 6 röda medan det i påse nummer tre finns 2 orangea, 3 röda och 3 gröna.

Ellen väljer en påse likformigt och fiskar upp tre godisar ur den valda påsen.

- Vad är sannolikheten att hon får 3 röda godisar? (1.5p)
- Vad är sannolikheten att hon får 1 orangea och två röda? (1.5p)
- Givet att hon fick 1 orangea och två röda, vad är sannolikheten att hon valde påse nummer 2? (2p)

- Låt (X, Y) vara likformigt fördelade på området

$$D = \{x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0\} \cup \{|x| + |y| \leq 1, x > 0\}$$

- Bestäm den gemensamma täthetsfunktionen för (X, Y) . (1p)
- Bestäm marginaltäthetsfunktionerna för X respektive Y . (1p)
- Hitta den betingade fördelning för X givet $Y = y$ för alla värden på y . (1p)
- Beräkna $\mathbb{E}[X|Y]$ (dvs väntevärdet av X gånger absolutbeloppet av Y). (1p)
- Beräkna $\mathbb{E}[X|Y = y]$ för alla värden på y . (1p)

- Låt $T \sim \text{Exp}(\lambda)$.

- Bestäm täthetsfunktionen för \sqrt{T} . (1p)
- Bestäm täthetsfunktionen för T^2 . (1p)

- (c) Låt T_1, T_2 vara oberoende och med samma fördelning som T . Hitta täthetsfunktionen för $\max(T_1, T_2)$. (1.5p)
- (d) Använd svaret i (c) för att beräkna $\mathbb{E}[\max(T_1, T_2)]$. (1.5p)

4. Låt Y ha täthetsfunktion

$$f_Y(y) = 2y \text{ för } 0 \leq y \leq 1$$

och låt X_n ha sannolikhetsfunktion

$$\mathbb{P}(X_n = k) = ck/n \text{ för } k = 0, 1, \dots, n-1, \quad (1)$$

där c är en (hittills) okänd konstant.

- (a) Beräkna den momentgenererande funktionen för Y . (1p)
- (b) Hitta konstanten c i (1). (1p)
- (c) Beräkna den momentgenererande funktionen för Y_n där $Y_n = X_n/n$. Svaret skall vara på så enkel form som möjligt. (1p)
- (d) Visa att den momentgenererande funktionen för Y_n konvergerar mot Y då $n \rightarrow \infty$. (2p)