

EXAMINATION: Tentamensskrivning i Matematisk Statistik (TMS060)

Tid: Onsdagen den 11 April, 2007

Jour: Anastassia Baxevasi, tel: 070-2972910

Tillåtna: Formelsamling, tabeller (även BETA, Physics Handbook, skoltabeller, t.ex. TEFYMA), valfri räknedosa, ett A4-blad med egna anteckningar men **ej** lärobok.

Poänggränser: 24p för 5, 18p för 4, 12p för 3.

Read this before you start to solve the problems: Motivate all your answers. It would be great if you could write in english. Good Luck!

- 1) Från en maskin för tillverkning av kondensatorer tog man en provserie på 8 som gav kapacitarna

996 973 1004 971 986 991 1011 985 pF

Antag att detta är ett stickprov på en normalfördelning med väntevärdet μ och intervallskatta μ med

- a) ett tvåsidigt symmetriskt intervall
- b) ett ensidigt, nedåt begränsat intervall

(konfidensgrad i båda fallen: 0.99) (4p)

- 2) $\hat{B}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \hat{X}) Y_i}{S_{xx}}$ är ett sätt att skriva maximimetodens punktskattning av B_1 i den enkla linjära regressionsmodellen. Visa att $E(\hat{B}_1) = B_1$ och $Var(\hat{B}_1) = \sigma^2 / S_{xx}$. (3p)

- 3) Till en telefonväxel kommer anrop enligt en Poissonprocess med intensiteten $c = 2$ per minut. Vad är sannolikheten att det efter ett anrop dröjer mer än en minut till nästa? (Tiden mellan anrop är exponentialfördelad med väntevärdet $1/c$). (3p)

- 4) En robot används vid biltillverkning för två arbetsmoment, åtdragning av bultar och svetsning. Låt A vara händelsen att ingen underkänd svetsning påträffas i en bil vid kontroll och B händelsen att minst en dåligt åtdragen bult hittas. Antag att $P(A) = 0.90$, $P(B) = 0.20$ och $P(A \cap B) = 0.14$. Beräkna $P(A' \cup B)$. (A' betecknar komplementhändelsen till A.) (3p)

5)

$$14.7 \quad 20.8 \quad 6.9 \quad 12.4$$

är ett observerat stickprov på X med frekvensfunktionen

$$f(x) = \frac{x}{\alpha} e^{-\frac{x^2}{2\alpha}}, \quad x > 0.$$

Bestäm maximimetodens skattning av α . (3p)

6) Frekvensfunktionen för den tid X det tarr att betjäna en kund i ett betjäningssystem är $f(x) = \frac{10-x}{50}$, $0 < x < 10$.

a Bestäm $E(X)$ och $Var(X)$.

b Antag att kostnaden Y för en kund är $800 + 100X$. Bestäm $E(Y)$ och $Var(Y)$.

(4p)

7) X och Y är oberoende och Poissonfördelade med väntevärdet 2. Vad är $P(X + Y \leq 1)$? (3p)

8) I en enkel linjär regressionsmodell gav ett test av $H_0 : \beta_1 = 0$ mot $H_1 : \beta_1 > 0$ p-värdet 0.024.

Kan H_0 förkastas på 0.01-nivå? Varför / varför inte?

Vad blir p-värdet om alternativet i stället är $H_1 : \beta_1 \neq 0$? (4p)

9) Låt (X_1, \dots, X_{15}) vara ett stickprov på X , som är $N(\mu, \sigma^2)$ där σ^2 är känd. Då är som bekant $I = (\bar{X} - 1.96\sigma/\sqrt{15}, \bar{X} + 1.96\sigma/\sqrt{15})$ ett 0.95 konfidensintervall för μ . Antag att man gör ytterligare en observation X_{16} . Beräkna sannolikheten att $X_{16} \in I$ (3p)