

Dugga 1: TMS063 Matematisk Statistik. Fredag 28 april, 2017. Examinator: Marina Axelson-Fisk.
Tillåtna hjälpmed: typgodkänd miniräknare och bifogade formelblad och fördelningstabeller.

Namn: _____ Personnr: _____

Varje uppgift är värd 4 poäng. Duggan kan ge bonuspoäng på matstat-delen på den slutliga tentan. För 1 bonuspoäng krävs 6 poäng, för 2 bonuspoäng krävs 9 poäng (av totalt 12 poäng).

1. Antag att de möjliga utfallen i ett slumpförsök är alla heltal från 1 till 8 och definiera händelser $A = \{2,3,4\}$, $B = \{3,4,5\}$ och $C = \{5,6,7\}$. Ange vilka utfall som ingår i följande mängder:

- a) $\{A \cap B\}$
- b) $\{A^c \cap B\}$
- c) $\{(A^c \cap B^c)^c\}$
- d) $\{(A \cap (B \cup C))^c\}$

Lösning:

- a) $\{A \cap B\} = \{3,4\}$
- b) $\{A^c \cap B\} = \{1,5,6,7,8\} \cap \{3,4,5\} = \{5\}$
- c) $\{A^c \cap B^c\} = \{1,6,7,8\} \Rightarrow \{(A^c \cap B^c)^c\} = \{2,3,4,5\} = \{A \cup B\}$
- d) $\{A \cap (B \cup C)\} = \{3,4\} \Rightarrow \{(A \cap (B \cup C))^c\} = \{1,2,5,6,7,8\}$

2. I ett lotteri säljs 100 biljetter för 25 kr styck. Det finns två vinstlotter med vinsterna 1'000 kr och 500 kr, respektive. Vad är den förväntade nettovinsten för någon som köper två lotter?

Lösning:

Vi drar två lotter, utan återläggning, men där ordningen kvittar. Det vill säga, vi kan dra lotter på

$$\binom{100}{2} = \frac{100!}{2!(100-2)!} = 4950$$

sätt.

Vi har chanserna:

- 1 på 4950 att få båda vinsterna.
- 98 på 4950 att få enbart förstavinsten.
- 98 på 4950 att få enbart andravinsten.

Den förväntade vinsten blir därför

$$E[X] = 1500 \cdot \frac{1}{4950} + 1000 \cdot \frac{98}{4950} + 500 \cdot \frac{98}{4950} = 30$$

och nettovinsten = $50 - 30 = 20$ kr.

3. Antag att två elektroniska apparater X och Y har livslängder $X \sim N(40,36)$ och $Y \sim N(45,4)$ timmar, respektive.
- Om apparaten ska användas i 45 timmar, vilken av apparaterna är att föredra?
 - Om apparaten ska användas i 49 timmar, vilken av apparaterna är att föredra?

Lösning:

- a) Vi har att

$$P(X \geq 45) = 1 - P(X < 45) = 1 - P\left(Z < \frac{45 - 40}{6}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{5}{6}\right) = 1 - 0.7967 = 0.2033$$

$$P(Y \geq 45) = 1 - \Phi(0) = 1 - 0.5 = 0.5$$

så då är apparat Y att föredra.

- b) På samma sätt

$$P(X \geq 49) = 1 - \Phi\left(\frac{9}{6}\right) = 1 - 0.9332 = 0.0662$$

$$P(Y \geq 49) = 1 - \Phi\left(\frac{4}{2}\right) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

så nu är apparat X att föredra.