

Dugga 1: TMS063 Matematisk Statistik. Tisdag 3 maj, 2016. Examinator: Marina Axelson-Fisk.  
Tillåtna hjälpmed: typgodkänd miniräknare och bifogade formelblad och fördelningstabeller.

Namn: \_\_\_\_\_ Personnr: \_\_\_\_\_

\*\*\*\*\*

Varje uppgift är värd 4 poäng. Duggan kan ge bonuspoäng på matstat-delen på den slutliga tentan. För 1 bonuspoäng krävs 6 poäng, för 2 bonuspoäng krävs 9 poäng (av totalt 12 poäng).

1. Låt  $A$  och  $B$  vara två händelser.

- Antag att sannolikheten för händelsen "varken  $A$  eller  $B$  inträffar" är  $3/8$ . Vad är sannolikheten att minst en av händelserna  $A$  eller  $B$  inträffar?
- Antag att  $P(A) = 0.5$ ,  $P(A \cap B) = 0.2$  och  $P((A \cup B)^c) = 0.4$ . Vad är sannolikheten för  $B$ ?

**Lösning:**

- "Varken  $A$  eller  $B$ " =  $(A \cup B)^c$   
"Minst en av  $A$  eller  $B$ " =  $A \cup B$   
så

$$P(A \cup B) = 1 - P((A \cup B)^c) = 1 - 3/8 = 5/8$$

- Vi använder att

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A)$$

och eftersom

$$P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = 0.4 \Leftrightarrow P(A \cup B) = 0.6$$

får vi att

$$P(B) = 0.6 + 0.2 - 0.5 = 0.3$$

2. Antag att du kastar en tärning tills dess att den totala summan är större än 6. Låt  $X$  vara antal kast du måste använda, och låt  $F(x) = P(X \leq x)$  beteckna fördelningsfunktionen för  $X$ .

a) Vad är  $F(1)$ ?

b) Vad är  $F(2)$ ?

**Lösning:**

a) Ett tärningskast ger max 6 poäng så

$$F(1) = P(X \leq 1) = 0$$

b) Vi har att

$$F(2) = P(X \leq 2) = P(X = 1) + P(X = 2) = P(X = 2)$$

Låt  $Y$  = summan av kasten

$$\begin{aligned} P(X = 2) &= P(Y = 7) + P(Y = 8) + P(Y = 9) + P(Y = 10) + P(Y = 11) + P(Y = 12) = \\ &= \frac{6}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{21}{36} \end{aligned}$$

så

$$F(2) = \frac{21}{36}$$

3. Låt  $X$  vara en kontinuerlig stokastisk variabel med fördelningsfunktion

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{för } x < 0 \\ x(2 - x) & \text{för } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{för } x > 1 \end{cases}$$

- Vilken täthetsfunktion har  $X$ ?
- Beräkna väntevärdet  $E[X]$ .
- Beräkna sannolikheten  $P(X \leq 0.4)$ .

**Lösning:**

- Täthetsfunktionen av  $X$  ges av

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = 2 - 2x \text{ för } 0 \leq x \leq 1 \text{ och } 0 \text{ annars.}$$

- Väntevärdet

$$E[X] = \int_0^1 x \cdot f(x) dx = \int_0^1 (2x - 2x^2) dx = \left[ x^2 - \frac{2}{3} x^3 \right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

- $P(X \leq 0.4) = F(0.4) = 0.4(2 - 0.4) = 0.64$