Dugga 1: TMS063 Matematisk Statistik. Måndag 4 maj, 2015. Examinator: Marina Axelson-Fisk.
Tillåtna hjälpmed: typgodkänd miniräknare och bifogade formelblad och fördelningstabeller.

Namn:____ Personnr:_________________________

****

Varje uppgift är värd 4 poäng. Duggan kan ge bonuspoäng på matstat-delen på den slutliga tentan. För 1 bonuspoäng krävs 6 poäng, för 2 bonuspoäng krävs 9 poäng (av totalt 12 poäng).

1. Låt A och B vara två oberoende händelser med sannolikheter $P(A) = 0.6$ och $P(B) = 0.4$. Beräkna följande sannolikheter:
   a) Sannolikheten för snittet $P(A \cap B)$.
   b) Den betingade sannolikheten $P(B|A)$.
   c) Sannolikheten för unionen $P(A \cup B)$.
   d) Den betingade sannolikheten $P(A|B^c)$.

Lösning:

a) Eftersom A och B är oberoende gäller

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.6 \cdot 0.4 = 0.24$$

b) Pga oberoende: $P(B|A) = P(B) = 0.4$

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.4 - 0.24 = 0.76$

d) Pga ob eroende: $P(A|B^c) = P(A) = 0.6$

2. Bestäm väntevärde och varians för den diskreta stokastiska variabeln X med frekvensfunktion

x	1	3	5	7
$f(x)$	0.5	0.2	0.2	0.1

Lösning:

Väntevärde: $E[X] = \sum_x x \cdot f(x) = 1 \cdot 0.5 + 3 \cdot 0.2 + 5 \cdot 0.2 + 7 \cdot 0.1 = 2.8$

Varians: $Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$
Och $E[X^2] = \sum_x x^2 \cdot f(x) = 1^2 \cdot 0.5 + 3^2 \cdot 0.2 + 5^2 \cdot 0.2 + 7^2 \cdot 0.1 = 12.2$
Så $Var(X) = 12.2 - 2.8^2 = 4.36$

3. Beräkna sannolikheten $P(2 < X \leq 4)$ om
   a) $X \sim Bin(10{,}0.2)$.
   b) $X \sim N(2{,}1.6)$.

Lösning:

a) Frekvensfunktion för $Bin(n,p)$: $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

så

$$P(2 < X \leq 4) = P(X \leq 4) - P(X \leq 2) = f(4) + f(3)$$
$$= \binom{10}{4} 0.2^4 (1-0.2)^6 + \binom{10}{3} 0.2^3 (1-0.2)^7$$
$$= 210 \cdot 0.2^4 0.8^6 + 120 \cdot 0.2^3 \cdot 0.8^7 = 0.2894$$

b) För normalfördelning

$$P(2 < X \leq 4) = P(X \leq 4) - P(X \leq 2) = P\left(\frac{X-2}{\sqrt{1.6}} \leq \frac{4-2}{\sqrt{1.6}}\right) - P\left(\frac{X-2}{\sqrt{1.6}} \leq \frac{2-2}{\sqrt{1.6}}\right)$$
$$= \Phi\left(\frac{2}{\sqrt{1.6}}\right) - \Phi\left(\frac{0}{\sqrt{1.6}}\right) = \Phi(1.58) - \Phi(0) = 0.9429 - 0.5 = 0.4429$$