

Dugga 2: TMS063 Matematisk Statistik. Tisdag 19 maj, 2015. Examinator: Marina Axelson-Fisk.
Tillåtna hjälpmed: typgodkänd miniräknare och bifogade formelblad och fördelningstabeller.

Namn: _____ Personnr: _____

Varje uppgift är värd 4 poäng. Duggan kan ge bonuspoäng på matstat-delen på den slutliga tentan. För 1 bonuspoäng krävs 6 poäng, för 2 bonuspoäng krävs 9 poäng (av totalt 12 poäng).

1. Antag att vi har följande gemensamma fördelning för diskreta stokastiska variabler X och Y :

	$X = 0$	$X = 1$	$X = 2$
$Y = 1$	0.1	0.2	0.3
$Y = 2$	0.05	0.15	0.2

- Bestäm frekvensfunktionen för marginalfördelningen för X .
- Bestäm frekvensfunktionen för den betingade fördelningen av Y givet att $X = 1$.

Lösning:

(a)

$$f_X(x) = \sum_{y=1}^2 f(x, y)$$

Så

$$f_X(0) = 0.1 + 0.05 = 0.15$$

$$f_X(1) = 0.2 + 0.15 = 0.35$$

$$f_X(2) = 0.3 + 0.2 = 0.5$$

(b)

$$f_{Y|1}(y) = \frac{f(y, 1)}{f_X(1)}$$

så

$$f_{Y|1}(1) = \frac{0.2}{0.35} = 0.571$$

$$f_{Y|1}(2) = \frac{0.15}{0.35} = 0.429$$

2. Antag att vi har 8 observationer från en normalfördelning $N(\mu, 4)$, där stickprovsmedelvärdet blev $\bar{x} = 9.8$. Bestäm ett två-sidigt konfidensintervall för μ med konfidensgrad 99%.

Lösning:

Konfidensintervall för μ i normalfördelningen när σ^2 är känd:

$$\mu = \bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 9.8 \pm 2.58 \frac{2}{\sqrt{8}} = 9.8 \pm 1.824$$

där $z_{\alpha/2} = z_{0.995} = 2.58$.

3. Fortsätt på uppgift 2. Hur många fler observationer behövs för att vi ska halvera konfidensintervallets bredd om vi använder samma konfidensgrad?

Lösning:

Vi vill alltså att

$$2.58 \frac{2}{\sqrt{n}} = \frac{1.824}{2} \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{2.58 \cdot 2 \cdot 2}{1.842} \Leftrightarrow n = 32$$