Lösningar till duggan 2018-10-10 J. Björnberg
Sannolikhetsteori och statistik TMS137

1. Denna är samma som Blom 3.21 med lite annorlunda siffror. Om fronten på den första bilen är X meter från ena ändan på gatstumpen så gäller att X har fördelning U(0, 7). För att få in en till bil behövs antingen $X > 4$ eller $X < 3$. Detta ger sannolikheten

$$1 - P(3 < X < 4) = 1 - \tfrac{1}{7} = \boxed{\tfrac{6}{7}}.$$

2. (a) $\frac{1}{6}\frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$.

   (b) Om första kastet inte är en 6:a så har 6:a sannolikhet $\frac{1}{10}$ på andra kastet. Så det blir $\frac{1}{6}\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\frac{1}{10} = \boxed{\frac{1}{6}}$

   (c) $\frac{1}{12}/\frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$.

3. (a) $\boxed{\mu = -0.1 + 0 + 0.6 = 0.5}$ och $\boxed{\sigma^2 = 0.05 + 1.2 - (0.5)^2 = 1}$

   (b) med $\sigma = \sqrt{1} = 1$ har vi

$$P\Big(\sum_{i=1}^{40} X_i \leq 21\Big) = P\Big(\frac{\sum_{i=1}^{40} X_i - 20}{\sqrt{40}} \leq \frac{1}{\sqrt{40}}\Big) \approx \boxed{\Phi(0.16) = 0.5636}$$

4. Denna är samma som fråga 1 på veckoblad 4 med lite annorlunda siffror.

   (a) Här gäller $Y = g(X)$, där

$$\boxed{g(t) = \begin{cases} 0.03t, & \text{om } t \leq 2.5, \\ 0.075 + 0.1(t - 2.5), & \text{om } t > 2.5. \end{cases}}$$

   (b) Skriv $f(t)$ för täthetsfunktionen för X, dvs $f(t) = 1$ om t är mellan 2 och 3, $f(t) = 0$ annars. Förväntat arvode ges av:

$$E[Y] = E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)f(t)dt = \int_{2}^{2.5} 0.03t\,dt + \int_{2.5}^{3} (0.075 + 0.1(t - 2.5))\,dt$$
$$= \boxed{0.08375},$$

   dvs 83 750 kr.