1. Vi söker
$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B).$$
Här är $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, och
$$0.75 = P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{0.4}, \qquad \text{så } P(A \cap B) = 0.3,$$
$$0.6 = P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.3}{P(B)} \qquad \text{så } P(B) = 0.5.$$
Detta ger $P(A \cup B) = 0.4 + 0.5 - 0.3 = 0.6$ och därmed svaret:
$$\boxed{P(A^c \cap B^c) = 0.4.}$$

2. Totalt antal sätt att dra 4 utav 6 lappar är $\binom{6}{4} = 15$.
   (a) Bland de 5 ”tillåtna” dras 4, antal sätt $= \binom{5}{4}$. Så sannolikheten är $\binom{5}{4}/\binom{6}{4} = \boxed{1/3}$.
   (b) Drar 2st A på $\binom{2}{2} = 1$ sätt, drar 2st B på $\binom{3}{2} = 3$ sätt, så sannolikheten är $\binom{2}{2}\binom{3}{2}/\binom{6}{4} = \boxed{3/15 = 0.2}$.
   (c) Vi vill beräkna $P(\text{drar X} \mid \text{minst ett A}) = P(\text{drar X samt minst ett A})/P(\text{minst ett A})$. Nämnaren är $\frac{14}{15}$ eftersom det bara finns ett sätt att undvika att dra A. Täljaren är
$$\frac{\binom{2}{1}\binom{3}{2} + \binom{2}{2}\binom{3}{1}}{15} = \frac{9}{15},$$
där första termen är antal sätt att dra ett A och X (samt två B) och andra termen är antal sätt att dra två A och X (samt ett B). Så svaret är $\boxed{\frac{9}{14}}$.
   (d) Både A:n och B':n kan byta plats sinsemellan, så $2 \cdot 2 = 4$ gynsamma utav 4! utfall, så sannolikheten är $\boxed{4/4!} = 1/6$.

3. Låt X beteckna försäljningspriset i Mkr, så X har täthetsfunktion
$$f(t) = \begin{cases} 1, & \text{om } 2.5 \leq t \leq 3.5, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$
Arvodet Y kan då skrivas som
$$Y = \begin{cases} (0.02)X, & \text{om } X \leq 3, \\ (0.02)3 + (0.1)(X-3), & \text{om } X > 3. \end{cases}$$
Förväntat arvode blir alltså
$$\begin{aligned} E(Y) &= \int_{-\infty}^{3} (0.02)t f(t)\,dt + \int_{3}^{\infty} (0.06 + (0.1)(t-3))f(t)\,dt \\ &= \int_{2.5}^{3} (0.02)t\,dt + \int_{3}^{3.5} (0.06 + (0.1)(t-3))\,dt = 0.07. \end{aligned}$$
Dvs förväntat arvode är $\boxed{\text{70tkr}}$.

4. (a)
$$1 = \int_a^{\infty} t^{-3} dt = \tfrac{1}{2}a^{-2} \qquad \text{ger } \boxed{a = 1/\sqrt{2}}.$$

(b)

$$P(X > 3) = \int_3^\infty t^{-3}dt = \tfrac{1}{2}3^{-2} = \boxed{\tfrac{1}{18} = 0.0555\ldots}$$

(c)

$$\tfrac{1}{2}\lambda^{-2} = \tfrac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda = \sqrt{2}}$$

(d)

$$E(X) = \int_{1/\sqrt{2}}^\infty t \cdot t^{-3}dt = \boxed{\sqrt{2} = 1.414\ldots}$$

(e) $\boxed{V(X) = \infty}$ eftersom $\int_a^\infty t^2 t^{-3}dt = \infty$

(f) $\boxed{F(t) = 1 - P(X > t) = 1 - \tfrac{1}{2}t^{-2}}$ för $t > 1/\sqrt{2}$, annars 0

(g)

$$\boxed{P(Y \leq t) = P(X \geq t^{-1/2}) = \tfrac{1}{2}t \qquad \text{för } t \text{ mellan 0 och 2.}}$$

5. Person nr i vill ha X_i korvar, där $E(X_i) = 0.32 + 0.19 \cdot 2 + 0.11 \cdot 3 = 1.03$ och $V(X_i) = 0.32 + 0.19 \cdot 4 + 0.11 \cdot 9 - (1.03)^2 = 1.0091$.

   (a) För totala efterfrågan $X = X_1 + \cdots + X_{1372}$ gäller då $E(X) = 1372 \cdot 1.03 = 1413.16$ och $V(X) = 1372 \cdot 1.0091 = 1384.49$.

   (b) Med hjälp av normalapproximation fås:

$$P(X \leq 1400) = P\Big(\frac{X - 1413.16}{\sqrt{1384.49}} \leq -0.35\Big) \approx \Phi(-0.35) = 1 - \Phi(0.35) = \boxed{0.36}.$$

6. Vi använder χ^2-fördelningen: vi kan skriva $S^2 = \frac{\sigma^2}{n-1}R$ där referensvariabeln R har χ^2-fördelning, så

$$1 - \alpha = P(R < \chi^2_\alpha(n-1)) = P(\sigma^2 > (n-1)S^2/\chi^2_\alpha(n-1))$$

Vi sätter in $n - 1 = 9$ och $\alpha = 0.05$ så att $\chi^2_\alpha(n-1) = 16.919$, och vi räknar ut $s^2 = 13.86$. Isättning ger

$$\boxed{I_{\sigma^2} = (7.37, \infty)}.$$

7. Vi inför testvariabeln $Z_0 = (\overline{X} - \mu_0)/(\sigma/\sqrt{n})$. Med $\alpha = 0.05$ blir våra gränser ± 1.96.

   (a) Observerat värde av testvariabeln: $z_0 = (22.3 - 23)/(1.7/\sqrt{30}) = -2.25$ så $\boxed{ja}$ vi bör förkasta H_0.

   (b) Styrkan $= 1 - \beta$ där $\beta = P_\mu(\text{acceptera H}_0)$. Vi skriver om

$$Z_0 = Z + \frac{22 - 23}{1.7/\sqrt{30}} = Z - 3.22, \qquad \text{där } Z = \frac{\overline{X} - 22}{1.7/\sqrt{30}} \sim N(0,1).$$

   Då gäller

$$\beta = P(-1.96 \leq Z_0 \leq 1.96) = P(-1.96 + 3.22 \leq Z \leq 1.96 + 3.22).$$

   I detta uttryck bortser vi från den övre gränsen då $P(Z > 5.18)$ är mycket liten. Vi får $\beta \approx 1 - \Phi(1.26)$ så $\boxed{1 - \beta = \Phi(1.26) = 0.8962}$.

   (c) I uträkningen ovan sätter vi in $1 - \beta = 0.95$ och $\sqrt{n}$ istället för $\sqrt{30}$. Vi byter ut 3.22 mot $\sqrt{n}/1.7$ och får då villkoret $0.95 = \Phi(\sqrt{n}/1.7 - 1.96)$. Tabellen över kvantiler ger då att vi ska sätta $\sqrt{n}/1.7 - 1.96 = 1.6449$ och därmed $\boxed{n \geq 37.56}$.

8. För att kunna använda linjär regression så skriver vi

$$z_i = \log y_i = a + bx_i, \qquad \text{där } a = \log \alpha \text{ och } b = \log \beta.$$

Den nya tabellen blir:

$i =$	1	2	3	4	5
$x_i =$	0.405	0.502	1.469	2.575	2.993
$z_i =$	0.248	0.361	1.485	2.772	3.258

Då gäller skattningarna $\hat{b} = s_{xz}/s_{xx} = 1.163$ och $\hat{a} = \overline{z} - \hat{b}\overline{x} = -0.223$ vilket ger

$$\boxed{\hat{\alpha} = e^{\hat{a}} = 0.800, \qquad \hat{\beta} = e^{\hat{b}} = 3.200}.$$