# Sannolikhetsteori

Malin Östensson
malino@chalmers.se
Rum: MV:L3089



# Slumpmodeller

1. Utfallsrum
2. Händelser
3. Sannolikhets-funktion


NE Encyklopedi Svensk ordbok Engelsk ordbok

SÖK

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA | PE

## slumpmodell

LÅNG

KORT

**slumpmodell,** *stokastisk modell*, matematisk modell för experiment där man inte exakt kan förutsäga resultatet utan måste ange sannolikheter för de olika möjligheterna. En slumpmodell är ofta mer realistisk för många naturfenomen än en deterministisk modell, t.ex. en modell för exponentiell tillväxt av en population. I verkligheten kan en population både växa och avta i storlek, t.o.m. dö ut, även om den i medeltal växer exponentiellt.

SLUMPMODELL
*http://www.ne.se/lang/slumpmodell*
NATIONALENCYKLOPEDIN, 2011-10-10

*Kopiera källangivelse*



**Definition:**

Utfall:
- Möjligt resultat av slumpförsöket
- $(u_1, u_2, u_3, \ldots)$

Utfallsrum
- mängden av alla möjliga utfall,
- $\Omega=\{u_1, u_2, u_3, \ldots\}$

Händelse:
- Samling utfall, delmängd av utfallsrummet
- $A=\{u_1, u_2\}$, $B=\{u_3, u_4\}$

## Exempel:

1. Tärningskast.
   - $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
   - $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$
2. Livslängd hos en komponent
   - $\Omega = [0,\infty[$
   - $A = [T,\infty[$

## Definition

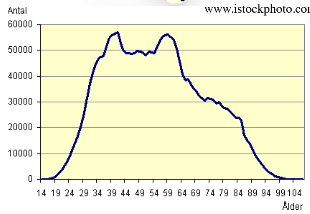
Diskret utfallsrum

- Uppräkneligt antal utfall,
- Oändligt eller ändligt

www.istockphoto.com

Kontinuerligt utfallsrum

- Om antalet utfall inte är uppräkneligt




http://www.scb.se

CHALMERS | UNIVERSITY OF GOTHENBURG

## Kolmogorov's axiomsystem (s. 51)

*"Du har levererat ett bevis på din avhandling och i den matematik som du studerar skulle det kanske vara tillräckligt, men vi historiker föredrar att ha minst tio bevis."*

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. $P(\Omega)=1$
3. $P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots)$
   $= P(A_1)+P(A_2)+\ldots$

(om disjunkta)

CHALMERS | UNIVERSITY OF GOTHENBURG

## Mängdlära – formler lagar och satser

Distributiva Lagar:

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$
$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

De Morgans Formler:

$$(A_1 \cup A_2 \cup \ldots)^C = (A_1^C \cap A_2^C \cap \ldots)$$

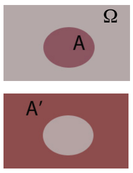
Komplementsatsen:

$$P(A^C) = 1 - P(A)$$

CHALMERS | UNIVERSITY OF GOTHENBURG

# Operationer på händelser

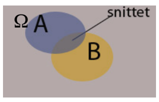
Komplement:



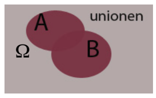

Snitt:

$A \cap B$

A *och* B inträffar




Union:




$A \cup B$

A *eller* B inträffar

CHALMERS | UNIVERSITY OF GOTHENBURG

# Additionssatsen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$
$$-P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Bool's Olikhet:

$$P(A \cup B) \le P(A) + P(B)$$

CHALMERS | UNIVERSITY OF GOTHENBURG

# Diskreta Utfallsrum

$$p_j = P(u_j)$$
$$\sum_j p_j = 1$$

- Sannolikheten för en händelse?
- Den klassiska sannolikhetsdefinitionen:
  - Antag att vi har m olika utfall,
  - Varje utfall lika troligt,
  - Då är $p_j$=1/m, j=1,…, m
  - Om A innehåller $g_A$ gynnsamma utfall

$$P(A) = \frac{g_A}{m}$$

- Likformigt sannolikhetsmått:

CHALMERS | UNIVERSITY OF GOTHENBURG

# Exempel: kast med två tärningar

- A={första tärningen ger en tvåa}
- B={Summan ger minst åtta}
- C={summan är lika med fyra}

Tärning 2

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |

Tärning 1