

## Svar till övningar med jämna nummer, Matematisk statistik IT, lp 2, 2003

**Kapitel 1** 8b) Ja c)  $S = \{h, mh, mmh, mmmh, mmmmh, mmmmm\}$  d)  $A_1 = \{mh\}$ ;  $A_2 = \{h, mh\}$ ; Nej  $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

10 a) 12 b) 60 c) 360

14 a)  $2^4 = 16$ , b) 5

16 a) 36 b) 180

**Kapitel 2** 2 a)  $2/7$  b)  $24/35$

4.  $P(B \cap M) = 0.76$ ,  $P(M' \cap B) = 0.04$ ,  $P(B' \cap M) = 0.19$ ,  $P(M \cup B)' = .01$ .

6  $P(O \cap SW) = 0.05$ ,  $P(SW \cap O') = .10$ ,

14.a)  $P(B|M') = 0.8$ , b) Ja,  $P(B) = P(B|M')$

16 a) 100 b) 10 c) 10 d) 1 e)  $1/10$

20. Ja, ty  $P(A_1) = P(A_1|A_2)$

24. 0.04

34.  $.04 \cdot .09 / (.88 \cdot .41 + .04 \cdot .09 + .10 \cdot .04 + .46)$

36. D = chip is defective, T=Chip is stolen,  $P(T|D) = 0.0917$

**Kapitel 3** 8. a) 0.03 b)  $F(1)=.02$ ,  $F(2)=.05$ ,  $F(3)=.10$ ,  $F(4)=.30$ ,  $F(5)=.70$ ,  $F(6)=.90$ ,  $F(7)=.97$ ,  $F(8)=1.00$  c) .65 d)  $P(X \leq 4) = .3$ ,  $P(X < 4) = .1$ , nej e)  $F(-3)=0$ ,  $F(10) = 1$

10 a)  $f(1) = .7$ ,  $f(2) = .21$ ,  $f(3) = .063$ ,  $f(4) = 0.0189$ , b)  $f(x) = .3^{x-1} \cdot .7$ ,  $x = 1, 2, 3, \dots$  och 0 för övrigt. c)  $P(X = 6) = .0017$  d)  $F(x) = 1 - .3^x$ ,  $x = 1, 2, 3, \dots$

e)  $P(X \leq 4) = .9919$ , f)  $P(X \geq 5) = .0081$

14. a) .48 b) .48 c) 1.08 d) .8496, e) .8496, f) .9217 g) grafts that fail

24 b)  $F(x) = (12/13)^{x-1} (1/13)$ ,  $x = 1, 2, 3, \dots$  och 0 för övrigt. e)  $P(X \geq 2) = 12/13$

36 a.  $\binom{15}{x} \cdot .2^x \cdot .8^{15-x}$  för  $x = 0, 1, \dots, 15$  och 0 för övrigt, c)  $EX=3$   $Var X = 2.4$  e) 1671  
f)  $F(5)=.9389$ ,  $F(4)=.8358$ ,  $F(7)-F(1)=.8287$ ,  $F(6)-F(1)=.8148$ ,  $1-F(2)=.6020$ ,  $F(9)=.9999$   $F(20)=1$ ,  $F(10)-F(9)=.0001$

38.a)  $f(x) = \binom{3}{x} \cdot .9^x \cdot .1^{3-x}$  för  $x = 0, 1, 2, 3$  och 0 för övrigt b)  $EX=2.7$ ,  $VarX=.27$

40 a).  $X$  är  $Bin(15, 0.5)$ ,  $E[X] = 7.5$  b) Ja,  $P(P(X \geq 12|p = 0.5) = 0.0176$  c) Ja.

42.  $X$  är  $Bin(20, .1)$  a)  $F(0)=.1216$  b)  $1-F(0)=.8784$  c) ja,  $P(X > 4) = .0432$

58  $f(x) = \frac{\binom{4}{x} \binom{11}{3-x}}{\binom{15}{3}}$ ,  $x = 0, 1, 2, 3$  b)  $E[X] = 0.8$ ,  $Var(X) = 0.5029$  c) 0.8462

62.  $X$  är  $Poi(2)$ ,  $P(X \leq 4) = .947$ .  $Y =$  antal emissioner på 3 månader.  $E[Y] = 6$ . Ja,  $P(Y \geq 12) = .02$ .

64.  $X =$  antal destr jordbävningar per år är  $Poi(1)$ ,  $Y =$  antal destr jordbävningar per 6-månaders period är  $Poi(.5)$ ,  $P(Y \geq 1) = .393$ ; Ja,  $P(Y \geq 3) = .014$

68.  $k = 1$

70.  $Poi(1)$ ;  $\mu = \lambda = 1$ ; Ja,  $P(X \geq 5) = .004$

**Kapitel 4** 4 b) 0.415.

- 6 a)  $f(\theta) = 1/2\pi, 0 < \theta < 2\pi$   
 10.  $F(x) = 0, x \leq a, F(x) = (x - a)/(b - a), a < x < b, F(x) = 1, x \geq b,$   
 16.  $E[X] = 36.23, E[X^2] = 1358.6956, \sigma^2 = 51.67, \sigma = 7.188$   
 18.  $E[X] = (a + b)/2, E[X^2] = (b^2 + ba + a^2)/3, Var X = (b - a)^2/12$   
 34.  $\text{Exp}(1/2); f(x) = 2 \exp\{-2x\}, x > 0; P(X > 3) = 1 - (1 - \exp\{-2 \cdot 3\});$   
 $\beta = 1/2$  månad  
 36.  $\text{Exp}(1/3); P(X \geq 1/2) \approx .2231$   
 42. a) .9544 b).9599 c)100.6 mg/100 ml  
 44 a) nej,  $P(X \leq 1875) = .4325$  b)  $P(X > 1878) = .3707$   
 52.  $Y \sim N(6, 2.049)$  a. Approx: .1112, exakt: .1071 b. Approx: .5512, exakt: .5725 c  
 Approx: .8888, exakt: .8929 d. Approx: .1215, exakt: .1304  
 54 a. Ja. b. 54 c.  $\approx .0262$  d.  $\approx .8133$   
 70 a)  $E[X] = 1.8856, E[Y] = 4.8856,$  b)  $f_Y(y) = (y - 3)/4, 3 \leq y \leq 3 + \sqrt{8}$

- Kapitel 5** 8 a)  $c=1/6640$  b)  $\approx .3735$  c)  $f_X(x) = (8x + 6)/6640, 0 \leq x \leq 40,$   
 $f_Y(y) = (80y + 3240)/6640, 0 \leq y \leq 2$  d)  $\approx .506$  e)  $\approx .741$  f) nej  
 10 a)  $f_X(x) = x^3/4, 0 \leq x \leq 2, f_Y(y) = y^3/4, 0 \leq y \leq 2$  b) Ja c)  $1/16$  d)  $1/16,$   
 ty  $X$  och  $Y$  oberoende.  
 14.c=8  
 20 a) Negativ b)  $E[X] = 26.426, E[Y] = 1.008, E[XY] = 26.586, Cov(X, Y) =$   
 $-.051$   
 32.  $Var(X) = 92.028, Var(Y) = 0.333, \rho_{XY} = -.009$   
 40 a)  $f_{X|Y}(x) = 1/2, 8.5 \leq x \leq 10.5; X$  och  $Y$  är oberoende. b)  $f_{Y|x}(y) = 2/240,$   
 $120 \leq x \leq 240; Ja.$

**Kapitel 6** 24 b.  $\bar{x} = 10.29$  timmar e. Regeln ej användbar eftersom data ej är normalfördelad.

**Kapitel 7** 2.  $\bar{X},$  eftersom  $\lambda s = \mu.$

- 6 a)  $\hat{p} = \bar{x}/n = .1$  b)  $\approx .4305$  c)  $P(Y \leq 1) = .0096$   
 10  $\text{Bin}(4, 0.5), E[X] = 2, Var(X) = 1$   
 12 a)  $\text{Geo}(1/6)$  b) 6 c) 30 e)  $E[\bar{X}] = 6, Var(\bar{X}) = 1.2$   
 16  $\hat{p} = \bar{X}/n$   
 18  $\hat{\lambda} = 1.55$   
 34  $\hat{\beta} = 2.995$  år  
 46 a)  $N(1, 5)$  b) 0.4207  
 50 a)  $\mu = 2.5, \sigma^2 = 1.25$  b) Stickprov (1,1) ger  $\bar{x} = 1, (1,2)$  ger  $\bar{x} = 1.5 \dots (4,4)$   
 ger 4;  
 $f(1)=1/16, f(1.5)=2/16, f(2)=3/16, f(2.5)=4/16, f(3)=3/16, f(3.5)=2/16, f(4)=1/16$   
 c)  $E[\bar{X}] = 2.5 = \mu, Var(\bar{X}) = 1.25/2 = \sigma^2/n$

- Kapitel 8** 2. a)  $s^2 = 20.4286$  b)  $\chi_{29}^2$  fördelning används. [13.9068, 33.4706] Med  
 90 % säkerhet ligger den verkliga variansen mellan 13.9068 och 33.4706 c)[3.7292,  
 5.7854] d)[0,17.66], 18 vore ovanligt.  
 10 a)  $\bar{x} = 2, s^2 = .302$  b) Mellan 1.68 med 2.32 fot med 90 % säkerhet.

22 a)  $H_0 : \mu \leq .3$  rem/år ,  $H_1 : \mu > .3$  rem/år b) Typ I: vi drar slutsatsen om ökning, trots att ingen ökning har skett; Typ II: Vi upptäcker ingen ökning, trots att det skett en ökning.

24 Typ I: test säger att DNA ej kommer från misstänkt person trots att det gör det; alltså friar testet en skyldig person. Om testet har hög styrka så är chansen att korrekt döma en skyldig stor.

28 a)  $H_0 : p \geq .2$   $H_1 : p < .2$  c)  $X$  är  $\text{Bin}(20,.2)$  när  $H_0$  är sann,  $E[X] = 4$  d)  $\alpha = .0692$  e)  $\beta = 0.6083$ , styrka =  $.3917$  f) Öka  $\alpha$  genom att ändra kritisk region till  $C = \{0, 1, 2\}$ ; nej  $\alpha = .2061$ ; öka stickprovsstorleken

32 a)  $H_0 : \mu \geq 0.6$  g/mi  $H_1 : \mu < 0.6$  g/mi c) p-värde =  $0.0228$ ; ja, förkasta  $H_0$  eftersom chansen att det är fel är så liten som  $0.0228$ ; Typ I.

34 a)  $H_0 : p \geq .05$   $H_1 : p < .05$  c) p-värde  $\approx 0.2451$ ; nej

**Kapitel 9** 2 a.  $.389$  b.  $.389 \pm .069$  c.  $1015$

6.  $1692$

**Kapitel 11** 2 a) Hyfsad b) Dålig c) Bra

16 a)  $b_1 = 1.1608$ ,  $b_0 = -1.4418$

42 a)  $b_1 = 0.0004$ ,  $b_0 = 4.85$  b)  $\hat{y}_1 = 4.887$ ,  $\hat{y}_2 = 4.885\dots$  c)  $e_1 = 0.113$ ,  $e_2 = -0.185\dots$  e)  $\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

46 a) Ingen b) Samma varians c) Linjäritet d) Samma varians samt att  $x$ -värden saknas på mitten

54 Nej