Tentamen i stokastiska processer den 23/8-2006 fm i V

Hjälpmedel: Resultatsammanfattning, beta, och projektstenciler.
Lärare: Patrik Albin.
Vakt: Oscar Hammar 0708 300 715.

Övningstentamen ger bonus vid denna tentamen enligt KursPM. Tentamensresultatet anslås i MV-huset och meddelas via email. Inlämnade svar skall motiveras.

`Uppgift 1` Bestäm variansen $\mathbf{Var}\{X'(0)\}$ för derivatan $X'(0)$ av en svagt stationär stokastisk process $\{X(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$ i kontinuerlig tid med spektraltäthet $\mathcal{P}_X(f) = |f|/(1+f^2)^3$. **(5 poäng)**

`Uppgift 2` Låt $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ vara en 2-dimensionell ($\mathbb{R}^2$-värd) normalfördelad stokastisk variabel med variansmatris

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Var}\{\xi_1\} & \mathbf{Cov}\{\xi_1,\xi_2\} \\ \mathbf{Cov}\{\xi_1,\xi_2\} & \mathbf{Var}\{\xi_2\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestäm talet $\varrho \in \mathbb{R}$ så att de stokastiska variablerna $\xi_1 - \varrho\xi_2$ och ξ_2 blir oberoende av varandra. **(5 poäng)**

`Uppgift 3` Bestäm korskorrelationsfunktionen $\rho_{Z_1,Z_2}(s,t)$ mellan de stokastiska processerna $Z_1(t) = X(t)+Y(t)$ och $Z_2(t) = X(t)-Y(t)$ då $X(t)$ och $Y(t)$ är oberoende Poissonprocesser med intensiteter λ_X respektive λ_Y. **(5 poäng)**

`Uppgift 4` Bestäm kovariansfunktionen $r_Y(\tau)$ och spektraltätheten $\mathcal{P}_Y(f)$ för utsignalen $\{Y(k)\}_{k\in\mathbb{Z}}$ från ett filter i diskret tid med summerbart impulssvar $h_1(k)$, frekvensfunktion $H_1(f)$ och insignal $\{X(k)\}_{k\in\mathbb{Z}}$, då $X(k)$ i sin tur är utsignal från ett filter med summerbart impulssvar $h_2(k)$, frekvensfunktion $H_2(f)$ och diskret vitt brus som insignal. **(5 poäng)**

`Uppgift 5` Ange en svagt stationär process $\{X(t)\}_{t\in\mathbb{Z}}$ i diskret tid som har kovariansfunktion $r_X(0) = 3$, $r_X(\pm 1) = 2$, $r_X(\pm 2) = 1$ och $r_X(k) = 0$ för $|k| \geq 3$. **(5 poäng)**

`Uppgift 6.` Diskutera fem distinkta och rimligt substantiella upplevelser, ifrån arbetet med projektet. **(5 poäng)**

`Lycka till!`

Lösningar till tentamen i stokastiska processer den 23/8

$\boxed{\texttt{Uppgift 1}}$ Detta är övning 6.2 i Albins bok: se lösning där.

$\boxed{\texttt{Uppgift 2}}$ Detta är en lätt modifierad variant av övning 4.2 i Albins bok: se lösning där.

$\boxed{\texttt{Uppgift 3}}$ Detta är övning 2.3 i Albins bok: se lösning där.

$\boxed{\texttt{Uppgift 4}}$ Detta är övning 7.4 i Albins bok: se lösning där.

$\boxed{\texttt{Uppgift 5}}$ Detta är övning 8.2 i Albins bok: se lösning där.