9 Reliability of maintained systems

9.1 Introduction

9.2 Types of maintenance

Se R&H, sida 363–364.

9.3 Downtime and downtime distributions

9.3.1 Planned vs unplanned downtime

Läs själv.

9.3.2 Downtime caused by failures

Läs själv.

9.3.3 Mean system downtime

Betrakta ett seriesystem med n oberoende komponenter. Alla har konstant felbenägenhet λ_i. Sannolikheten att ett systemfel orsakas av komponent i är då

$$P(C_i \mid F_S) = \frac{\lambda_i}{\sum_j \lambda_j}$$

och förväntad ”downtime” för ett ospecificerat fel är

$$\mathrm{MDT} = \sum_i P(C_i \mid F_S) \cdot \mathrm{MDT}_i = \sum_i \frac{\lambda_i}{\sum_j \lambda_j} \cdot \mathrm{MDT}_i$$

Denna analys fungerar också för en komponent med n oberoende feltyper, sådana att komponenten går ned p.g.a typ i-fel med intensiteten λ_i.

9.4 Availability

Definition 9.1 En reparerbar enhets *tillgänglighet* vid tidpunkten $t \geq 0$ är sannolikheten att enheten fungerar vid tidpunkten ifråga

$$A(t) = P(X(t) = 1)$$

Definition 9.2 En reparerbar enhets *otillgänglighet* vid tidpunkten $t \geq 0$ är sannolikheten att enheten fungerar inte vid tidpunkten ifråga

$$\bar{A}(t) = 1 - A(t) = P(X(t) = 0)$$

Definition 9.3 En reparerbar enhets *medeltillgänglighet* i tidsintervallet $[t_1, t_2]$ är

$$A_{\text{av}}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} A(t)\, dt$$

Man definierar också

$$A_{\text{av}}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} A(t)\, dt$$

Definition 9.4 En reparerbar enhets "long range average availability" är

$$A_{\text{av}} = \lim_{\tau \to \infty} A_{\text{av}}(\tau)$$

(förutsatt att gränsvärdet existerar.)

Definition 9.5 En reparerbar enhets *asymptotiska tillgänglighet* ("limiting availability") är

$$A = \lim_{t \to \infty} A(t)$$

förutsatt att gränsvärdet existerar.

9.4.1 Availability with perfect repair

Här visar man att

$$A_{\text{av}} = \frac{ET}{ET + ED} = \frac{\text{MTTF}}{\text{MTTF} + \text{MDT}}$$

där $T_1, T_2, \ldots$ är konsekutiva up-tider och $D_1, D_2, \ldots$ är konsekutiva ner-tider. J.f.r figur 9.4.

Exempel 9.5
I kapitlet om Markovprocesser såg vi att om man modellerar en reparerbar enhets konsekutiva up- och ner-tillstånd Markovskt, så

$$A(t) = P(X(t) = 1) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda+\mu)t}$$

där $1/\lambda = ET$ och $1/\mu = ED$. Här ser vi att

$$A(t) \to \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{1/\lambda}{1/\lambda + 1/\mu} = \frac{\text{MTTF}}{\text{MTTF} + \text{MDT}}$$

Här existerar alltså den asymptotiska tillgängligheten A och den är lika med A_{av}. □

9.4.2 Operational availability

$$1 - A_{\text{OP}} = \bar{A}_{\text{OP}}$$

$$= \frac{\text{Mean total planned downtime} + \text{Mean total unplanned downtime}}{\text{Mission period}}$$

9.5 System availability assessment

9.5.1 Introduction

Se lista sida 373–374.

9.5.2 Reliability block diagrams

$$A_S(t) = P\left(\phi(\boldsymbol{X}(t)) = 1\right) = E\phi(\boldsymbol{X}(t))$$

Exempel 9.7
Se figur 9.6. Systemet består av en komponent i serie med en parallellstruktur bestående av två komponenter. Strukturfunktionen är

$$\phi(\boldsymbol{x}) = x_1(x_2 + x_3 - x_2 x_3)$$

vilket ger (om komponenterna är oberoende) (medel-) tillgängligheten

$$A_S = A_1(A_2 + A_3 - A_2 A_3)$$

Antag nu att man känner MTTF och MDT = MTTR för varje komponent. Då kan man approximera de resp tillgängligheterna med

$$A_i = \frac{\mathrm{MTTF}_i}{\mathrm{MTTF}_i + \mathrm{MDT}_i} \quad \text{för} \quad i = 1, 2, 3$$

och sedan kan man med den förstnämnda formeln beräkna (approximera) systemets medeltillgänglighet A_S. För strukturen gäller att

i	MTTF_i	MDT_i	A_i
1	1000	10	0.990
2	500	10	0.980
3	500	10	0.980

vilket ger att tillgängligheten A_S är $\approx 0.99(0.98 + 0.98 - 0.98^2) \approx 0.9896$ $\Rightarrow 1 - A_S \approx 0.0104$, vilket svarar mot en nertid av ca $0.0104 \cdot 365 \cdot 24 \approx 91$ nertimmar per år (om systemet är i kontinuerlig drift dygnet runt). □

9.6 Preventive maintenance policies

9.6.1 Age replacement

Rausand & Høyland skriver "Under an age replacement policy an item (component, system) is replace upon failure or at a specified operational age t_0, whichever comes first."

Med vanliga beteckningar får vi att

$$\mathrm{MTBR}(t_0) = \int_0^{t_0} t f(t)\, dt + t_0 \cdot P(T \geq t_0) = \int_0^{t_0} R(t)\, dt$$

och den totala kostnaden per reparationscykel blir

$$c + k \cdot P(F) = c + kP(T < t_0) = c + kF(t_0)$$

där c är kostnaden för själva reparationen och k är den extrakostnad p.g.a "failure" som man har och försöker att undvika med "replacement"-policyn.

Vi ser att medelkostnaden per tidsenhet blir

$$C_A(t_0) = \frac{c + kF(t_0)}{\int_0^{t_0} R(t)\, dt}$$

Med modern programvara är det inte speciellt svårt att t.ex plotta $C_A(t_0)$ som funktion av t_0 och finna den tid t_0 som minimerar $C_A(t_0)$.

Och så kan man jämföra med vad som händer om man inte alls bryr sig om att byta ut komponenter innan de går sönder, d.v.s då $t_0 \to \infty$. Då går $C_A(t_0)$ mot

$$C_A(\infty) = \frac{c+k}{\text{MTTF}}$$

Hög kostnadseffektivitet får man då $\min_{t_0} C_A(t_0)$ är betydligt mindre än $C_A(\infty)$.

9.6.2 Block replacement

Rausand & Høyland skriver "An item (component, system) that is maintained under a block replacement policy is preventively replaced at regular time intervals $(t_0, 2t_0, \ldots)$ regardless of age."

Här gäller

$$C_B(t_0) = \frac{c + EkN(t_0)}{t_0} = \frac{c + kW(t_0)}{t_0}$$

fast jag tycker att det bör vara

$$C_B(t_0) = \frac{c + E[(c+k)N(t_0)]}{t_0} = \frac{c + (c+k)W(t_0)}{t_0}$$

för k var ju extrakostnaden p.g.a."failure".

Om man känner $W(t) = EN(t)$ och $W'(t) = w(t)$ kan man medelst deriviering söka det t_0 som minimerar kostnaden per tidsenhet. Även här kan man jämföra med vad som händer då $t_0 \to \infty$

$$C_B(\infty) = \frac{k}{\mu}$$

resp

$$C_B(\infty) = \frac{c+k}{\mu}$$

9.6.3 Condition-based maintenance

Skumma genom detta på egen hand.

9.7 Maintenance optimization

Läs igenom detta själv.