Riskkostnaden associerad med en engånghändelse F som inträffar med sannolikheten P_F är

$$R = P_F C_F$$

där C_F är (väntevärdet av) den kostnad man råkar ut för om F inträffar.

Exempel: Ca 30% (fejkad siffra) av alla X2000-avgångar från Skövde anländer till Göteborg mer än 15 minuter efter utsatt tid. Om detta händer missar en viss pendlande lärare den sista spårvagnstur han/hon måste hinna med för att komma i tid till undervisningens start kl 8.00. Isåfall måste läraren åka taxi till skolan till en extra kostnad av 200 kr. Hur stor är riskkostnaden?

Svar: $P_F \approx 0.3$, $C_F \approx 200 \Rightarrow R \approx 0.3 \cdot 200 = 60$ kr

Riskkostnaden associerad med en händelse T som inträffar med intensiteten λ_T (per tidsenhet), är

$$R = \lambda_T C_T$$

där C_T är (väntevärdet av) den kostnad man råkar ut för om T inträffar.

Exempel: Läraren i exemplet vi just räknade börjar undervisningen kl 8.00, 4 dagar per vecka under läsårets 40 veckor. Hur stor är intensiteten för händelsen att tåget är mer än 15 minuter försenat och läraren tar taxi till skolan? Hur stor är motsv riskkostnad? Låt tidsenheten vara en vecka.

Svar: $\lambda_T \approx 4 \cdot 0.3 = 1.2$ förseningar/vecka $\Rightarrow$
$R \approx 1.2 \cdot 200 = 240$ kr/vecka

Obs att intensiteten kan beräknas så här:

$$\lambda_T = N P_T$$

Detta gäller om ett fixt antal, N, "försök" görs.

Det vanligaste är dock att T inträffar i enlighet med en stationär räkneprocess. Om N_t betecknar antalet gånger T inträffar i intervallet $[0, t]$, så är

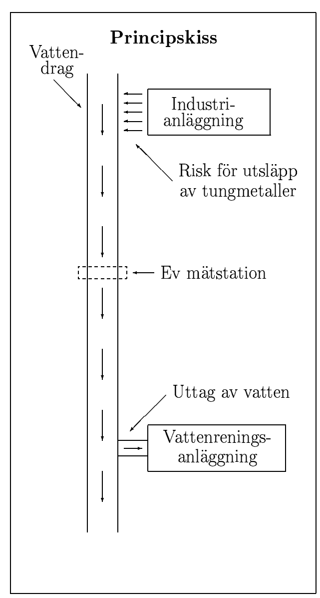
$$\lambda_T = \frac{1}{t} E[N_t]$$

En räkneprocess är en stokastisk process som räknar händelser av någon typ. Poissonprocessen är den första man lär sig. För den har vi ju tidigare i avsnittet om Poissonprocessen och extrema laster lärt oss att

$$E[N_t] = \lambda_T \, t$$

Att en räkneprocess $N = (N_t, t \geq 0)$ är stationär betyder bl.a att sannolikhetsfördelningen för tillskottet $N_{t+s} - N_t$ i intervallet $(t,\, t+s]$ ej beror av t.

I den tillämpning vi ska studera som illustration av hur man kan ta beslut på basis av riskkostnadskalkyler ska vi anta att de oförmånliga händelserna, som vi hittills benämnt T, inträffar i enlighet med en stationära Poissonprocesser.



Ur samhällets perspektiv

Risken för ett tungmetallutsläpp som når vatteninteget är ca 1 per 10 år

Total kostnad för ett sådant utsläpp är ca 30 Mkr, varav samhället står för hälften och den förorenande industrin för resten

Samhällets årliga ekonomiska risk (riskkostnad) är därför ca

$$R = 15 \cdot 0.1 = 1.5 \text{ Mkr}$$

Tänkbar åtgärd: Installation av ett larmsystem

Dess kostnad: 10 Mkr

Dess effekt: Reducering av risken att ett utsläpp når vattenintaget med en faktor 10, så att riskkostnaden istället blir

$$R = 15 \cdot 0.01 = 0.15 \text{ Mkr/år}$$

Är det ekonomiskt lönsamt för samhället att installera larmsystemet?

Lösning

Objektfunktion:

$$\Phi_i(n) = K_i + R_i \cdot n$$

Här betecknar i åtgärdsalternativ och n tidshorisonten; K_i är investeringskostnaden och R_i riskkostnaden för åtgärd i

$\bowtie$

Nedan betecknar $\Phi_i^S(n)$ samhällets objektfunktion

Åtgärd	Beskrivning	Objektfunktion
0	Gör inget	$\Phi_0^S(n) = 1.5n$
1	Installera larmet	$\Phi_1^S(n) = 10 + 0.15n$

Genom att omvandla

$$\Phi_1^S(n) \leq \Phi_0^S(n)$$

till

$$n \geq 7.4$$

får vi reda på investeringen i larmsystemet är lönsam efter ca 7 och ett halvt år

Ur industriföretagets perspektiv

Intensitet för utsläpp: $\lambda_T = 2.5$ st/år

Ca 4% av dessa är så kraftiga att de kommer framtill vattenintaget.

Alltså: $P(F|T) = 0.04 \Rightarrow \lambda_F = 2.5 \cdot 0.04 = 0.1$ st/år

Kostnad om "failure" F: Sanering 15 Mkr, böter 5 Mkr och "good-will" 5 Mkr, ger att $C_F \approx 25$ Mkr. Till detta kommer $C_T \approx 0.1$ Mkr

Företagets riskkostnad är alltså

$$R = C_T\lambda_T + C_K\lambda_F = 0.25 + 2.5 = 2.75 \text{ Mkr/år}$$

Det kostar ca 25 Mkr att investera i ny teknik, vilket skulle reducera $P(F|T)$ med en faktor 2 till 0.02. Denna investering reducerar samtidigt tillbudsintensiteten λ_T med en faktor 5 till ca 0.5 st/år. Riskkostnaden, om denna investering genomförs, blir ca

$$R = (0.25 + 2.5/2)/5 = 0.3 \text{ Mkr/år}$$

Är det ekonomiskt lönsamt för företaget att investera i ny teknik?

Lösning

Låt $\Phi_i^C(n) = K_i + R_i \cdot n$ vara företagets objektfunktion

Åtgärd	Beskrivning	Objektfunktion
0	Gör inget	$\Phi_0^C(n) = 2.75n$
1	Investera i ny teknik	$\Phi_1^C(n) = 25 + 0.3n$

Genom att omvandla

$$\Phi_1^C(n) \leq \Phi_0^C(n)$$

till

$$n \geq 10$$

får vi reda på investeringen i ny teknik är lönsam efter ca 10 år

Kompromiss

Obs att investeringen i ny teknik reducerar λ_F till 0.01, vilket också är vad larmsystemet skulle åstadkomma.

Ett tredje alternativ för samhället skulle kunna vara att istället bidra med 10 Mkr till företagets investering i ny teknik. Då får samhället ett alternativ 2 med objektfunktionen

$$\Phi_2^S(n) = 10 + 0.15n = \Phi_1^S(n)$$

och företagets alternativ 1 övergår i

$$\Phi_2^C(n) = 15 + 0.3n$$

För samhället gäller fortfarande att investeringen om 10 Mkr blir lönsam efter ca 7 och ett halvt år.

Företagets investering om 15 Mkr blir lönsam efter ca 6 år, ty

$$\Phi_2^C(n) \leq \Phi_0^C(n \;\Leftrightarrow\; n \geq 6$$