

## Vecka 3: Markovkedjor och Poissonprocesser

Större delen av den här veckan kommer att handla om Markovkedjor, som är en sekvens av stokastiska variabler med en viss typ av beroende:

$X_0, X_1, X_2, \dots$  är en Markovkedja om följande villkor gäller:

$$P(X_{i+1} = x | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_i = x_i) = P(X_{i+1} = x | X_i = x_i).$$

Detta villkor kallas Markovegenskapen. Ofta tänker man sig att man hoppar mellan olika tillstånd och att vid tid  $i$  befinner man sig i tillstånd  $X_i$  – då säger denna egenskap att ”givet nuet beror vad som ska hända i framtiden bara på nuet och ej på det förflutna” ( $i + 1 =$  framtid,  $i =$  idag,  $i - 1, i - 2, \dots, 1 =$  förflutet). En övergångsmatris innehåller sannolikheterna  $p_{ij} = P(X_{n+1} = j | X_n = i)$ , där  $i$  och  $j$  är möjliga tillstånd (utfall).

Fredagen kommer huvudsakligen att handla om Poissonprocesser. Sådana processer kan användas för att modellera hur en viss händelse inträffar slumpmässigt i tiden, rummet etc, med en viss intensitet. Vi går här tillbaka till kapitel 3 och 4 i boken och tar upp två fördelningar: Poissonfördelningen eftersom antalet händelser i ett intervall har en sådan fördelning och exponentialfördelningen som är den kontinuerliga fördelning som avstånden mellan händelser har. Poissonprocesser är användbara inom tex telekommunikation och köteori.

### Schema

- Måndag 7/11: Föreläsning. Flerdimensionella stokastiska variabler (kap 5) avslutas och Markovkedjor påbörjas. Sista inlämningsdag grupparbete 1.
- Tisdag 8/11: Internationella dagen, dvs ingen undervisning på em.
- Onsdag 9/11: Övningsräkning.
- Fredag 11/11: Föreläsning (med inslag av övningsräkning) om Poissonprocesser bl.a.

## Litteratur

- Markovkedjor:
  - Kap 11.1 i Grinstead & Snell (GS): Introduction To Probability.  
[www.dartmouth.edu/~chance/teaching\\_aids/books\\_articles/probability\\_book/book.html](http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/books_articles/probability_book/book.html)
  - Avsnitt 1 och 2 i Steif & Westhall: Introduktion till Markovkedjor.  
[www.math.chalmers.se/~steif/jan.ps](http://www.math.chalmers.se/~steif/jan.ps)
- Poissonprocesser: Kap 3.8 och 4.3 i Milton & Arnold (MA).

## Övningar

På demonstrationsräkningen kommer övningar att väljas bland följande:

Kap 11, GS: Avsnitt 11.1: 2, 7, 11; Avsn 11.2: 1, 19a

Kap 5, MA: 5, 15, 25, 26, 29, 37

Följande övningar rekommenderas ni att räkna på egen hand:

Kap 11, GS: Avsnitt 11.1: 3,5; Avsn 11.2: 3

Kap 5, MA: 1, 4, 16, 35

Kap 3.8, MA: 61, 62, 64, 70

Kap 4.3, MA: 34, 35, 36, 37