Svar till övningar med jämna nummer i Milton & Arnold, ht 2005

Kapitel 1 8b) Ja c)$S = \{h, mh, mmh, mmmh, mmmmh, mmmmm\}$ d) $A_1 = \{mh\}$; $A_2 = \{h, mh\}$; Nej $A_1 \cap A_2 = \emptyset$
10 a)12 b) 60 c) 360
14 a) $2^4 = 16$, b) 5
16 a) 36 b) 180
36 b) $S = \{++, +0, +-, 0+, 00, 0-, -+, -0, --\}$ c)$A = \{-+, -0, --\}$, $B = \{++, 00, --\}$,$C = \{+0, +-, 0-\}$ d) nej; ja e) $A' \cap B$: the first item selected is not of inferior quality and both items are of the same quality OR both items are of the same quality, either average or superior; $A' \cap B'$:the first item selected is not of inferior quality and both items are of the same quality ; $A \cap B'$:the first item selected is of inferior quality and the second item is not ; $A \cap C' \cap B$: Both items are of inferior quality f) The nine outcomes in S are not equally likely

Kapitel 2 2 a) 2/7 b) 24/35
4. $P(B \cap M) = 0.76$, $P(M' \cap B) = 0.04$, $P(B' \cap M) = 0.19$, $P(M(\cup B)') = .01$.
6 $P(O \cap SW) = 0.05$, $P(SW \cap O') = .10$,
14.a) $P(B|M') = 0.8$, b) Ja, $P(B) = P(B|M')$
16 a) 100 b) 10 c) 10 d) 1 e) 1/10
20. Ja, ty $P(A_1) = P(A_1|A_2)$
24. 0.04
34. $.04 \cdot .09/(.88 \cdot .41 + .04 \cdot .09 + .10 \cdot .04 + .04 \cdot .46)$
36. D = chip is defective, T=Chip is stolen, $P(T|D) = 0.0917$
40. A= station A alone experiences an overload, B= station B alone experiences an overload,C= station C alone experiences an overload, D= two or more stations simultaneously experience an overload, N=network blackout occurs; $P(A|N) = 0.3529$, $P(B|N) = .2353$, $P(C|N) = .2647$, $P(D|N) = .1471$.

Kapitel 3 8. a) 0.03 b) F(1)=.02, F(2)=.05 F(3)=.10, F(4)= .30, F(5)=.70, F(6)=.90, F(7)=.97 F(8)=1.00 c) .65 d) $P(X \leq 4) = .3$, $P(X < 4) = .1$, nej e) F(-3)=0, F(10) =1
10 a) $f(1) = .7, f(2) = .21, f(3) = .063, f(4) = 0.0189$, b)$f(x) = .3^{x-1}.7$, $x = 1, 2, 3, ...$ och 0 för övrigt. c)$P(X = 6) = .0017$ d)$F(x) = 1 - .3^x$, $x = 1, 2, 3, ...$ e) $P(X \leq 4) = .9919$, f) $P(X \geq 5) = .0081$
14. a) .48 b) .48 c) 1.08 d) .8496, e) .8496, f) .9217 g) grafts that fail
24 b) $F(x) = (12/13)^{x-1}(1/13)$, $x = 1, 2, 3, ...$ och 0 för övrigt. e) $P(X \geq 2) = 12/13$
36 a. $\binom{15}{x}.2^x.8^{15-x}$ för $x = 0, 1, \ldots, 15$ och 0 för övrigt, c)EX=3 Var X =2.4 e) 1671 f) F(5)=.9389, F(4)=.8358, F(7)-F(1)= .8287, F(6)-F(1)=.8148, 1-F(2)=.6020, F(9)=.9999 F(20)=1, F(10)-F(9)= .0001
38.a) $f(x) = \binom{3}{x}.9^x.1^{3-x}$ för $x = 0, 1, 2, 3$ och 0 för övrigt b) EX=2.7, VarX=.27
40 a). X är Bin(15,0.5), $E[X] = 7.5$ b) Ja, $P(P(X \geq 12|p = 0.5) = 0.0176$ c)Ja.

42. X är Bin(20,.1) a) F(0)= .1216 b) 1-F(0)=.8784 c) ja, $P(X > 4) = .0432$
58 $f(x) = \frac{\binom{4}{x}\binom{11}{3-x}}{\binom{15}{3}}$, $x = 0, 1, 2, 3$ b) $E[X] = 0.8$, $Var(X) = 0.5029$ c) 0.8462
62. X är Poi(2), $P(X \leq 4) = .947$. Y = antal emissioner på 3 månader. $E[Y] = 6$. Ja, $P(Y \geq 12) = .02$.
64. X= antal destr jordbävningar per år är Poi(1), Y= antal destr jordbävningar per 6-månaders period är Poi(.5) , $P(Y \geq 1) = .393$; Ja, $P(Y \geq 3) = .014$
68. $k = 1$
70. Poi(1); $\mu = \lambda = 1$; Ja, $P(X \geq 5) = .004$

Kapitel 4 4 b) 0.415.
6 a) $f(\theta) = 1/2\pi$, $0 < \theta < 2\pi$
10. $F(x) = 0$, $x \leq a$, $F(x) = (x - a)/(b - a)$, $a < x < b$, $F(x) = 1$, $x \geq b$,
16. $E[X] = 36.23$, $E[X^2] = 1358.6956$, $\sigma^2 = 51.67$, $\sigma = 7.188$
18. $E[X] = (a + b)/2$, $E[X^2] = (b^2 + ba + a^2)/3$, $VarX = (b - a)^2/12$
34. Exp(1/2); $f(x) = 2\exp\{-2x\}$, $x > 0$; $P(X > 3) = 1 - (1 - \exp\{-2 \cdot 3\}$; $\beta = 1/2$ månad
36. Exp(1/3); $P(X \geq 1/2) \approx .2231$
42. a) .9544 b).9599 c)100.6 mg/100 ml
44 a) nej, $P(X \leq 1875) = .4325$ b) $P(X > 1878) = .3707$
52. Y N(6,2.049) a. Approx: .1112, exakt: .1071 b. Approx: .5512, exakt: .5725 c Approx: .8888, exakt:.8929 d. Approx: .1215, exakt: 1304
54 a. Ja. b. 54 c. $\approx .0262$ d. $\approx .8133$
70 a) $E[X] = 1.8856$, $E[Y] = 4.8856$, b) $f_Y(y) = (y - 3)/4$, $3 \leq y \leq 3 + \sqrt{8}$

Kapitel 5 4 b) $f_X(x) = 2x/(n(n + 1))$, $x = 1, 2, \ldots, n$; $f_Y(y) = 2(n - y + 1)/(n(n+1))$, $y = 1, 2, \ldots, n$ c) De är ber. Visa att $f_{XY}(x, y) \neq f_X(x)f_Y(y)$ för tex $x = y = 1$. d) $P(X \leq 3, Y \leq 2) = 1/3$, $P(X \leq 3) = 12/30$, $P(Y \leq 2) = 18/30$.
8 a) c=1/6640 b) $\approx .3735$ c) $f_X(x) = (8x + 6)/6640$, $0 \leq x \leq 40$, $f_Y(y) = (80y + 3240)/6640$, $0 \leq y \leq 2$ d) $\approx .506$ e) $\approx .741$ f) nej
10 a) $f_X(x) = x^3/4$, $0 \leq x \leq 2$, $f_Y(y) = y^3/4$, $0 \leq y \leq 2$ b) Ja c) 1/16 d) 1/16, ty X och Y oberoende.
14.c=8
16 a) nej b) $f_X(0) = 0.525, f_X(1) = 0.354, f_X(2) = 0.062, f_X(3) = 0.027, f_X(4) = 0.022, f_X(5) = 0.010; f_Y(0) = 0.762, f_Y(1) = 0.167, f_Y(2) = 0.053, f_Y(3) = 0.018$; $E[X] = 0.697$; $E[Y] = 0.327$; $E[XY] = 0.376$; $Kov(X, Y) \approx 0.148$. Få syntaxfel o få logik fel tenderar att finnas samtidigt, och vice versa.; $E[X + Y] = 1.024$. Förväntat antal fel vid 1a körningen är strax över ett.
20 a) Negativ b) $E[X] = 26.426$, $E[Y] = 1.008$, $E[XY] = 26.586$, $Cov(X, Y) = -.051$
26. Om X och Y är ober så är $Kov(X, Y) = 0$, och resultatet följer mha uppg 25.
32. $Var(X) = 92.028$, $Var(Y) = 0.333$, $\rho_{XY} = -.009$
40 a) $f_{X|y}(x) = 1/2$, $8.5 \leq x \leq 10.5$; X och Y är oberoende. b)$f_{Y|x}(y) = 2/240$, $120 \leq x \leq 240$; Ja.
54 b) $E[XY] = 4/9$ c) $P(Y \leq 1/2, y \leq X \leq y+1/4) = 11/96$ d) $f_X(x) = 4x^3, 0 <$

$x < 1$, $E[X] = 4/5$, $E[X^2] = 2/3$; e) $f_Y(y) = 4y(1-y^2), 0 < y < 1$, $E[Y] = 8/15$, $E[Y^2] = 1/3$ f) Nej. Visa $f_{XY}(x, y) \neq f_X(x)f_Y(y)$

Kapitel 6 24 b. $\overline{x} = 10.29$ timmar e. Regeln ej användbar eftersom data ej är normalfördelad.
34 a)275.87; 30.57 c)ja

Kapitel 7 2. $\overline{X}$, eftersom $\lambda s = \mu$.
4 a) 19 b)19 c) 19/4
6 a) $\hat{p} = \overline{x}/n = .1$ b) $\approx .4305$ c) $P(Y \leq 1) = .0096$
10 Bin(4,0.5), $E[X] = 2$, $Var(X) = 1$
12 a) Geo(1/6) b) 6 c) 30 e) $E[\overline{X}] = 6$, $Var(\overline{X}) = 1.2$
16 $\hat{p} = \overline{X}/n$
18 $\hat{\lambda} = 1.55$
34 $\hat{\beta} = 2.995$ år
46 a) N(1,5) b) 0.4207
50 a) $\mu = 2.5$, $\sigma^2 = 1.25$ b) Stickprov (1,1) ger $\overline{x} = 1$, (1,2) ger $\overline{x} = 1.5$ ... (4,4) ger 4;
f(1)=1/16, f(1.5)= 2/16, f(2)=3/16, f(2.5)=4/16, f(3)=3/16, f(3.5)=2/16, f(4)=1/16
c)$E[\overline{X}] = 2.5 = \mu$, $Var(\overline{X}) = 1.25/2 = \sigma^2/n$
56 a) 7.1 b) normal with mean μ and variance $\sigma^2/n = 0.69$ c) [5.2, 9.0] d) ja, 10 ligger ej i intervallet

Kapitel 8 2. a) $s^2 = 20.4286$ b) χ^2_{29} fördelning används. [13.9068, 33.4706] Med 90 % säkerhet ligger den verkliga variansen mellan 13.9068 och 33.4706 c)[3.7292, 5.7854] d)[0,17.66], 18 vore ovanligt.
4. [0,0.023]; ja
10 a) $\overline{x} = 2$, $s^2 = .302$ b) Mellan 1.68 med 2.32 fot med 90 % säkerhet.
22 a) $H_0 : \mu \leq .3$ rem/år , $H_1 : \mu > .3$ rem/år b) Typ I: vi drar slutsatsen om ökning, trots att ingen ökning har skett; Typ II: Vi upptäcker ingen ökning, trots att det skett en ökning.
24 Typ I: test säger att DNA ej kommer från misstänkt person trots att det gör det; alltså friar testet en skyldig person. Om testet har hög styrka så är chansen att korrekt döma en skyldig stor.
28 a) $H_0 : p \geq .2$ $H_1 : p < .2$ c) X är Bin(20,.2) när H_0 är sann, $E[X] = 4$ d) $\alpha = .0692$ e) $\beta = 0.6083$, styrka = .3917 f) Öka α genom att ändra kritisk region till $C = \{0, 1, 2\}$; nej $\alpha = .2061$; öka stickprovsstorleken
32 a) $H_0 : \mu \geq 0.6$ g/mi $H_1 : \mu < 0.6$ g/mi c) p-värde = 0.0228; ja, förkasta H_0 eftersom chansen att det är fel är så liten som 0.0228; Typ I.
34 a) $H_0 : p \geq .05$ $H_1 : p < .05$ c) p-värde ≈ 0.2451; nej
40 a) $H_0 : \mu = 4.6$ mg/litre, $H_1 : \mu > 4.6$ mg/litre b) $0.025 <$ p-value< 0.05 ; yes c) The mean silicon concentration in the river has increased, thus, the mineral content in the soil is being depleted.
48 a) teststat = 7.738, förkasta H_0 b) teststat = 287.75, förkasta H_0; nej

Kapitel 9 2 a. .389 b. .389 +/- .069 c. 1015
6. 1692
16 a) $H_0 : p = 0.8$ $H_1 : p > 0.8$ b) approx 2.33 c) teststat= 2.65, förkasta H_0
26 a) $H_0 : p_1 - p_2 = 0.02$ $H_1 : p_1 - p_2 > 0.02$ b) 1.645 c)teststat= 0.83, förkasta inte H_0; Nej d) Typ II

Kapitel 10 2. 0.106
4 a) N(8, 4/5) b) N(5, 3/6) c) N(0,1) d) N(0,1) e) N(3,$\sqrt{89/100}$) f) N(0,1)
14 b) 23.8 c) [11-1.77, 11+1.77] d) ja, konfintervallet innehåller bara positiva tal e) Centrala gränsvärdessatsen

Kapitel 11 2 a) Hyfsad b) Dålig c) Bra
16 a) $b_1 = 1.1608$, $b_0 = -1.4418$
42 a) $b_1 = 0.0004$, $b_0 = 4.85$ b) $\hat{y}_1 = 4.887, \hat{y}_2 = 4.885...$ c) $e_1 = 0.113, e_2 = -0.185...$ e) $\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$
46 a) Ingen b) Samma varians c) Linjäritet d) Samma varians samt att x-värden saknas på mitten
54 Nej

Eriksson och Gavel
6.18 a. $1/(1-5x)$ b.$-2/(1+2x)$ c. $(1+x)^{1/5}$ d. $1/(1-x)^{18}$
6.19 a. $(a_0+b_0)+(a_1+b_1)x+(a_2+b_2)x^2+...$
b. $a_0b_0+(a_0b_1+a_1b_0)x+(a_0b_2+a_1b_1+a_2b_0)x^2+... = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k} x^n$
c. $a_0 + a_1x^2 + a_2x^4 + a_3x^6 + \cdots$
6.20. $(1+x+x^2+x^3+\cdots)(1+x^5+x^{10}+x^{15}+\cdots)(1+x^{10}+x^{20}+x^{30}+\cdots)(1+x^{20}+x^{40}+x^{60}+\cdots) = \frac{1}{1-x}\frac{1}{1-x^5}\frac{1}{1-x^{10}}\frac{1}{1-x^{20}}$
6.29 a.$1/(1-x)$ b. $e^x - 1$
c. Talföljden blir $a_k = 52!/(52-k)!$ för $k \leq 52$ och 0 i övrigt, och den exponentiella gen funktionen $\sum_{k=0}^{52}\frac{52!}{(52-k)!}\frac{x^k}{k!} = (1+x)^{52}$
6.30 a.Olösligt om k är jämnt, annars ungefär hälften av de totalt 2^k strängarna.
b. $(1+x^2/2!+x^4/4!+\cdots)(x/1+x^3/3!+x^5/5!) = 2^0x^1/1!+2^2x^3/3!+2^4x^5/5!+\cdots$

Grimstead and Snell
8.1.4. STL säger att medelvinsten per omgång är ca -0.0141 med mycket stor slh (godtyckligt nära 1) för stora n $\Rightarrow$Totalvinsten är ca $-0.0141 \cdot n$ med mycket stor slh för stora n. Alltså förlorar man om n stort med mycket stor slh. Om förlusten $-0.0141 \cdot n$ är liten el ej beror väl på vad man menar - i förhållande t insatsen är den väl liten, men stor blir den ju trots allt till slut.
8.1.8 Nej, man kan inte visa det mha STL eftersom det är för fix ϵ slh går mot 1. Här skulle man behöva ϵ/n.
8.2.2.a) Väntevärde=10, varians =100/3 b) exakta slh är 4/5, 172, 1/10, 0. Jfr med 8.2.1. Slutsats: Chebyshev ger mycket dåliga gränser.
8.2.10 a) $P(65 < X < 75) = P(|X-70| < 5) = 1 - P(|X-70| \geq 5) \geq 1 - 25/25 =$

0 mha Chebyshev. Säger alltså ingenting.
b) $\overline{X}$ = medelvärdet för 100 studenter $P(65 < \overline{X} < 75) = P(|\overline{X} - 70| < 5) = 1 - P(|\overline{X} - 70| \geq 5) \geq 1 - 25/(100 \cdot 25) = 0.99$ mha Chebyshev eftersom $Var\overline{X} = \sigma^2/100$.