Svar till tentamen i Matematisk statistik IT (TMS155), 20 december 2003

OBS: Detta är bara kortfattade, ibland ofullständiga, svar, dvs långt ifrån hur lösningarna på en tenta ska se ut!

1. a) X är Bin(10,1/6), Y är Geo(1/2).

   b) Nej, ty exvis $P(X = 10, Y = 1) = 0 \neq P(X = 10)P(Y = 1)$.

2. a) $e^{-1} - e^{-3}$.
   b) e^{-x}
   c) 3/2

3. a) Om $\hat{\theta}$ är en skattning av θ så $E[\hat{\theta}] = \theta$.
   b)$E[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[(X_i - \mu)^2]\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma^2 = \sigma^2$.
   c)$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2 (= S^2)$

4. a) $\hat{\beta}_0 = 8.043$, $\hat{\beta}_1 = 1.997$
   b) 13.04
   c) ≈ 0.999

5. a) $E[Y] = a\mu + b$, $Var(Y) = a^2\sigma^2$
   b) $Kov(X, Y) = a\sigma^2$, $Korr(X, Y) = 1$ om $a > 0$ och -1 om $a < 0$.

6. $[418.7, 1604]$

7. Se sid 270 och framåt samt föreläsningsanteckningar.

8. $H_0 : \mu = 700$, $H_a : \mu < 700$
   $0.01 < p-$värde< 0.025

9. a) Se s 242.
   b) $X = \sum_{i=1}^{n} I_i$, där I_i oberoende med väntevärde p och varians $p(1-p)$.
   CGS ger att X/n approx $N(p, \sqrt{p(1-p)/n})$. Alltså följer att X approx $N(np, \sqrt{np(1-p)})$.

10. a) $P(sol|80) = \frac{P(80|sol)P(sol)}{P(80|sol)P(sol)+P(80|mulet)P(mulet)+P(80|regn)P(regn)} = 0.982$
    b)Låt X=antal sålda glassar.
    $P(X = i) = P(X = i|sol)P(sol) + P(X = i|mulet)P(mulet) + P(X = i|regn)P(regn)$
    $X|sol \sim Bin(100, 0.9) \rightarrow E[X|sol] = 90$ osv.

$$
\begin{aligned}
E[X] &= \sum_{i=0}^{100} iP(X = i) = \frac{1}{4}\sum_{i=0}^{100} iP(X = i|sol) + \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{100} iP(X = i|mulet) + \frac{1}{4}\sum_{i=0}^{100} iP(X = i|regn) \\
&= 90/4 + 60/2 + 30/4 = 60
\end{aligned}
$$