Svar till tentamen i Matematisk statistik IT (TMS155), 15 april 2004

OBS: Detta är bara kortfattade, ibland ofullständiga, svar, dvs långt ifrån hur lösningarna på en tenta ska se ut!

1. Se bok.

2. a) $f(-15) = f(15) = 1/8$, $f(-5) = f(5) = 3/8$
   b)
$$F(x) = \begin{array}{rl} 0, & -\infty < x < 15 \\ 1/8, & -15 \le x < -5 \\ 1/2, & -5 \le x < 5 \\ 7/8, & 5 \le x < 15 \\ 1, & 15 \le x < \infty \end{array}$$

3. a) Se bok.
   b) Antag mätningarna är oberoende och likafördelade. Då fås $(2.50, 2.70)$.

4. a) $1 - P(X < 3) = 1 - e^{-6.4}(1 + 6.4 + 6.4^2/2) \approx 0.954$
   b) $P(X = 5, Y = 5) = P(X = 5)P(Y = 5) = e^{-6.4}6.4^5/5! \cdot e^{-9.6}9.6^5/5! \approx 0.0068$

5. $P(\pi X^2/4 \le y) = P(X \le \sqrt{4y/\pi}) = \frac{2\sqrt{y/\pi}-(d-a)}{d+a-(d-a)} = \frac{2\sqrt{y/\pi}-d+a}{2a}$, $y > 0$.

6. Se bok.

7. Om de spelar n gånger så är antal gånger Anna vinner Bin(n, p_A).
   $H_0 : p_A = 1/2$, $H_a : p_A > 1/2$.
   a) p-värde $= P(X \ge 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \sum_{i=0}^{2} \binom{5}{i} 2^-5 = 1/2$. Kan ej förkasta H_0.
   b) X approx normal$(25, \sqrt{12.5})$.
   p-värde $= P(X \ge 30) \approx 0.079$. Kan ej förkasta på 5% nivån.
   c)X approx normal$(50, 5)$.
   p-värde $= P(X \ge 60) \approx 0.022$. Kan förkasta på 5% nivån, men ej på 1% nivån.

8. $E[X] = \sum_{i=1}^{\infty} if(i) = (f(1) + f(2) + ...) + (f(2) + f(3) + ...) + (f(3) + f(4) + ...)... =$ $P(X \ge 1) + P(X \ge 2) + P(X \ge 3) + ...$ Se utdelade föreläsningsanteckningar.

9. Låt X= antal klave, F= fuskmynt valt
$$\begin{aligned} P(F|X = 4) &= P(X = 4|F)P(F)/P(X = 4) \\ &= P(X = 4|F)P(F)/[P(X = 4|F)P(F) + P(X = 4|F^c)P(F^c)] \\ &= 5^{-1}/[5^{-1} + 2^{-4}4/5] = 4/5 \end{aligned}$$

10. Låt X_i = restid alt i, Y_i=kostnad alt i.
    Alt 1: Y_1= 10 kr med sannolikhet p_1 och Y_1= 110 kronor med slh $1 - p_1$, där
    $p_1 = P(X_1 < 60) = \Phi(1) = 0.8413)$. $E[Y_1] = 10 \cdot 0.8413 + 110 \cdot (1 - 0.8413) = 25.87$ kr
    Alt 2: Y_2= 20 kr med sannolikhet p_2 och Y_2= 120 kronor med slh $1 - p_2$, där
    $p_2 = P(X_2 < 60) = \Phi(2) = 0.9772$. $E[Y_2] = 20 \cdot 0.9772 + 120 \cdot (1 - 0.9772) = 22.28$ kr.
    Välj alt 2.