

Sannolikhetsteori I (MSG 100), GU. Tentamen 17 december 2007

Hjälpmedel: Räknedosa, formelsamling av Tommy Norberg..

Examinator och jour: Peter Jagers, 7723520, 184337, 0709 530091

Tentativa betygsgränser: 8 för G och 15 för VG av totalt 22

1. Utan någon riktig anledning har du fått för dig att testa om du har en mycket ovanlig sjukdom. Den förekommer i själva verket endast i cirka ett fall på tiotusen individer. Det blodprov som tas med efterföljande analys anses ge en säker diagnos: Av hundra sjuka individer ger provet i snitt positivt resultat för 99, medan risken för att en frisk individ skall uppvisa ett positivt provresultat är så liten som 0,01. Om du nu får höra att ditt prov var positivt, hur stor är då sannolikheten att du verkligen är sjuk? (3 p)

2. På en fest kommer en upprörd journaliststudent fram till dig och menar på att statistik är ingen vetenskap att hålla i handen. Han har nämligen just fått höra om två opinionsundersökningar om svenska folkets inställning till att gå över till euron. I DN stod det: Majoritet nu för Euron, och bakgrunden var en undersökning av Synnovate/TEMO som hade gett 53 procent för en övergång. Men G-P hade publicerat en SIFO-undersökning där 51 procent var för att behålla kronan. Bägge undersökningarna baserade sig på 1000 intervjuer

a. Hur sannolikt är det att de två instituten kommer att rapportera olika majoriteter, om det verkliga opinionsläget är jämnt? (2p)

b. Hur skulle du försöka förklara för din upprörde vän? (2p)

3. En forskningsrapport innehåller 90% -iga konfidensintervall för tio olika konstanter. De olika intervallen baserar sig på oberoende mätserier.

a. Vilken är sannolikheten att de alla innehåller "sin" konstant? (1p)

b. Låt ν beteckna antalet intervall som missar sin konstant. Vilket är ν :s mest sannolika värde? (2p)

4. Det har gjorts en stor undersökning av högerhänthet och kön. Man kan fråga sig varför detta kan vara intressant, men en teori skulle kunna vara att högerhänthet tyder på dominans för den vänstra hjärnhalvan och därmed för mer av logiskt-rationellt tänkande.

Resultatet av undersökningen kan sammanfattas i en kontingenstabell:

	<i>Män</i>	<i>Kvinnor</i>	<i>Totalt</i>
Högerhänt	2780	3281	6061
Ej högerhänt	311	300	611
Totalt	3091	3581	6672

Är kön och högerhänthet oberoende? (4p)

5. Mottagarna av 2004 års Riksbankspris i ekonomisk vetenskap till Alfred Nobels minne, E. Prescott och F. Kydland, har i ett berömt arbete antagit att arbetslösheten u_t år t beror linjärt av skillnaden mellan inflation detta år π_t och dess väntevärde,

$$u_t = u^* - \alpha(\pi_t - \mathbb{E}[\pi_t]).$$

Storheten u^* kallar de "jämviktsarbetslöshet" och α tänker de sig positivt, ju större inflation, desto mindre arbetslöshet. Som framgår av nedanstående data för Sverige (www.scb.se), kan detta inte vara sant i strikt mening. Gör därför en linjär regressionsansats

$$u_t = u^* - \alpha x_t + e_t,$$

där den oberoende variabeln $x_t = \pi_t - \mathbb{E}[\pi_t]$ är avvikelserna från förväntad inflation och $e_t, t = 1998, 1999, \dots, 2004$ är oberoende fel som är $N(0, \sigma^2)$ för något σ .

år	arbetslöshet (tusental)	inflation (procent)
1998	280	1,5
1999	240	1,5
2000	200	1,5
2001	175	3
2002	175	2,5
2003	220	2
2004	250	1

(Om du föredrar att ha även arbetslösheten i procentenheter, kan du sätta Sveriges arbetskraft till 4,5 miljoner människor.) Antag att $\mathbb{E}[\pi_t] = 2$ under dessa år.

- a. Skatta u^* och α . (2p)
- b. Skatta σ^2 väntevärdesriktigt. (2p)
- c. Ange ett 95% -igt konfidensintervall för α . (2p)
- d. Kan man (inom ramen för denna enkla modell) på grundval av denna datamängd förkasta nollhypotesen om oberoende, $H_0 : \alpha = 0$? Resonera mer allmänt om modellens rimlighet som beskrivning av sambandet mellan arbetslöshet och inflation i Sverige de senaste decennierna. (2p)