

Sannolikhetsteori I (MSG 100), GU. Tentamen 26 mars 2008

Hjälpmedel: Räknedosa, formelsamling av Tommy Norberg..

Examinator och jour: Peter Jagers, 7723520, 184337, 0709 530091

Tentativa betygsgränser: 9 för G och 16 för VG av totalt 19

1. Medianen, M , av ett stickprov eller en talföljd X_1, X_2, \dots, X_n är det "mittensta värdet", brukar man säga. Det är lätt att förstå om n är udda och alla variablerna eller talen har olika värden. Men hur ska man definiera M för ett allmänt udda n ? Jämt? (1p)? Antag nu att en stokastisk variabel X mäter en okänd parameter $\theta \in \mathbb{R}$, och mäter rätt med sannolikheten 0,8, men kan slå fel en måtenhet upp eller ner med sannolikheten 0,2. Mätningen är symmetrisk så att $\mathbb{P}(X = \theta - 1) = \mathbb{P}(X = \theta + 1) = 0,1$. (b) Vad blir fördelningen för medianen i ett stickprov av storleken 3? (1p) Är medianen en väntevärdesriktig skattning av θ ? (1p) Är den effektivare än stickprovsmedelvärdet? (1p)

2. Vilka metoder känner du till för att hitta skattningar? Redogör för deras egenskaper! (3p)

3. En forskningsrapport innehåller 90% -iga konfidensintervall för tio olika konstanter. De olika intervallen baserar sig på oberoende mätserier.

a. Vilken är sannolikheten att de alla innehåller "sin" konstant? (1p)

b. Låt ν beteckna antalet intervall som missar sin konstant. Vilket är ν :s mest sannolika värde? (2p)

4. Det har gjorts en stor undersökning av högerhänthet och kön. Man kan fråga sig varför detta kan vara intressant, men en teori skulle kunna vara att högerhänthet tyder på dominans för den vänstra hjärnhalvan och därmed för mer av logiskt-rationellt tänkande.

Resultatet av undersökningen kan sammanfattas i en kontingenstabell:

	<i>Män</i>	<i>Kvinnor</i>	<i>Totalt</i>
Högerhänt	2780	3281	6061
Ej högerhänt	311	300	611
Totalt	3091	3581	6672

Är kön och högerhänthet oberoende? (3p)

5. Hookes lag säger att om man hänger en last i en fjäder så är den belastade längden = konstant \times lasten + den obelastade längden.

På en fysiklaboration fick du följande resultat:

last (kg)	längd (cm)
0	287,12
1	287,18
1	287,16
3	287,25
4	287,33
4	287,35
6	287,40
12	287,75

a. Bestäm regressionsekvationen. (1p)

b. Använd den för att förutsäga längden vid lasterna: 2, 3, 5 och 105 kg. (1p)

c. Är resultatet för 3 kg det som tabellen ger? Vilket skulle du använda? Varför? Förklara noga! (2p.)

d. Skatta fjäderns längd utan last. (1p)

e. Skatta konstanten i Hookes lag. (1p)