Typtenta i Sannolikhetsteori 1, MSG100, del 2, 7.5 hp.

Examinator och jour: Serik Sagitov, tel. 772-5351, mob. 0736 907 613, rum H3026 i MV-huset.

Hjälpmedel: Miniräknare, **egen** formelsamling (4 sidor på 2 blad A4), tilldellade tabeller.

Betygränser: för "G" fordras 12 poäng, för "VG" - 20 poäng.

Fullständiga och välmotiverade lösningar skall ges till varje uppgift.

==

1. (5 poäng) En slumptalsgenerator påstår sig ge observationer från den likformiga fördelningen på intervallet (0, 1). Vi vill testa detta och genererar därför 200 slumptal vilka klassindelas i de 10 klasserna

$$[0, 0.1),\ [0.1, 0.2),\ [0.2, 0.3), \dots, [0.9, 1].$$

Vi har observerat följande frekvenser i vardera klass:

$$(X_1, \dots, X_{10}) = (19, 27, 20, 22, 19, 18, 18, 16, 22, 19).$$

a. Foreslå en lämplig modell (fördelning) för datamängden $(X_1, \dots, X_{10})$.

b. Formulera lämpliga noll- och alternativ hypoteser med hjälp av parametrarna i modellen från punkt a.

c. Föreslå en test-statistika för att välja mellan hypoteserna i föregående punkt.

2. (6 poäng) För att undersöka hur temperaturen förändras ju längre norrut i Sverige man kommer, så mättes årsmedeltemperaturen år 2004 i 11 svenska orter. De återges i följande tabell tillsammans med orternas latituder.

Ort	Latitud	Medeltemperatur
Jokkmokk	66.6	-0.6
Umeå	63.5	4.0
Östersund	63.1	4.2
Gävle	60.4	5.8
Karlstad	59.2	7.0
Stockholm	59.3	7.6
Göteborg	57.8	7.7
Jönköping	57.4	6.0
Visby	57.6	7.6
Kalmar	56.7	7.5
Lund	55.7	8.5

$$\sum x_i = 657.3, \sum x_i^2 = 39389, \sum y_i = 65.3, \sum x_i y_i = 3820.4$$

a. Sätt upp en linjär regressionsmodell. Vilka antaganden görs?

b. Skatta samtliga parametrar i modellen.

c. Testa på signifikansnivå 0.05 hurvida årsmedeltemperaturen 2004 sjönk ju längre norrut man kom.

d. Den faktiska årsmedeltemperaturen i Härnösand (latitud 62.3) var samma år 5.0 grader. Antag att du inte har denna information, och ta fram ett 95%-intervall för den faktiska (ej förväntade) årsmedeltemperaturen.

3. (5 poäng) För att undersöka effekten av kalkning av försurade sjöar mättes pH-värdet i 8 sjöar av ungefär samma storlek. Mätningar gjordes före kalkning, samt ett år efter kalkning.

Sjö	1	2	3	4	5	6	7	8
pH före kalkning	5.2	5.8	4.3	5.2	4.6	4.7	5.8	5.5
pH efter kalkning	5.6	6.3	4.9	5.8	5.5	5.7	6.1	5.4

Du vill testa hypotesen
H0 : Kalkningen har ingen effekt på pH-värdet,
H1 : Kalkningen ökar pH-värdet.
Antag att data är normalfördelade och testa hypotesen.

4. (5 poäng) I de flesta städer brukar större taxibolag numrera sina bilar med 1, 2, . . . ,N. Under en promenad i en ny stad observerar du 7 taxibilar från ett och samma bolag med nummer

$$97, 234, 166, 7, 65, 17, 4.$$

Du vill nu uppskatta det totala antalet taxibilar i detta bolag.

a. Vilka antaganden på dina observationer behöver du göra för att skatta bolagets totala antal taxibilar N?

b. Tag fram Maximum Likelihood-skattaren för antalet taxibilar.

c. Tag fram momentskattaren för antalet taxibilar. Varför är momentmetoden olämplig för att uppskatta N i detta fall?

5. (5 poäng) Om $X(t)$ är en standard Brownsk rörelse och

$$M(t) = \max_{0 \leq s \leq t} X(s)$$

då gäller

$$P(M(t) > a) = 2 \cdot P(X(t) > a)$$

för alla positiva a.

a. Visa att samma gäller för en Brownsk rörelse $X(t)$ med varians σ^2.

b. Räkna sannolikheten att Brownsk rörelse $X(t)$ med varians σ^2 går under nivån -2σ någon gång i tidsinterval [0,2].

6. (4 poäng) En Poisson-process $N(t)$ med intensitet λ (räknad per timme) har observerats under 10 timmar.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N(t)$	2	3	3	6	8	9	12	12	13	15

a. Beräkna en 95% konfidensintervall för parametern λ.

b. Vad 95% konfidens egentligen betyder?

Tilldelade tabeller:
1. Standard normalfördelning
2. t-fördelning