**Tentamen i MSG100 Sannolikhetsteori 1, Göteborgs Universitet. Deltentamen 1, 7.5 hp. Tid: Måndagen den 19 Augusti 2013, 8.30-12.30.**

**Examinator och Jour: Olle Nerman, tel. 7723565, rum 3056, MV, Chalmers.**

**Hjälpmedel: Miniräknare, egen formelsamling (4 A4-sidor på 2 blad) och till skrivningen medföljande tabeller. Antal möjliga poäng = 30.**

**Betygsgränser: För betyget G fordras 12 poäng, för betyget VG 20 poäng.**

1. Du kastar två vanliga sex-sidiga tärningar.
2. Vad är sannolikheten att poängtalen på de båda tärningarna är lika? (1p)
3. Vad är den betingade sannolikheten att de båda poängtalen är lika givet att summan av poängtalen är **4**? (1p)
4. Låt **Y** vara definierad som absolutbeloppet av skillnaden av de två poängtalen. Vad är då utfallsrummet för **Y**? (1p)
5. Låt **Y** vara definierad som i c-uppgiften ovan . Vad är (kumulerade) födelningsfunktionen **F** för **Y?** (2p)
6. En likformigt fördelad kontinuerlig stokastisk variabel på intervallet **[a,b]** har väntevärdet **1** och standard -avvikelsen **1**. Bestäm med hjälp av denna information intervallgränserna **a** och **b**. (2p)
7. Rektangulära stenplattor med oberoende längder enligt en fördelning med väntevärdet **0.7** meter och standardavvikelsen **0.2** meter (och fix bredd) läggs succesivt in i en enda rad med exakt **1** cm mellanrum mellan stenarna.
   1. Om du succesivt väljer stenarna oberoende av längd och lägger en gång med **40** stenar. Hur stor är då (approximativt) sannolikheten att gångens längd är minst **27** meter? (2p)
   2. Hur många stenar behöver du använda för att längden av den resulterande gången (se a-delen för metoden du lägger med) skall vara minst **28** meter med en approximativ sannolikhet som är större än **0.95** ? (3p)
8. Sannolikheten för att en passagerare som kommer till en viss taxistation i centrala Lillbacka en typisk lördagsmorgon mellan **01.00** och **03.00** är berusad är ungefär **20%**. Erfarenhetsmässsigt kommer kunderna som är berusade att krångla vid betalningen med en sannolikhet som är ungefär **4%**. De nyktra kunderna däremot krånglar bara med betalningen med ungefär **0.5%** sannolikhet. Du sitter i taxibolagets växel och får ett larm från en taxichaufför, som just haft en körning från stationen, att han har en kund som krånglar med betalningen. Aha, säkert en ”fyllerist” tänker du. Uppskatta sannolikheten (den betingade) att din fördomsfulla slutsats är riktig? (3p)
9. a. Beräkna momentgenererande funktionen **M(t)** för en stokastisk variabel **X** som har utfallsrummet **Ω = {-1,0,1}** och sannolikhetsfunktionen **p(x)=1/3** för alla **x** **Ω**. (2p)

b. Använd resultatet i a-delen för att ange momentgenererande funktionen för aritmetiska medelvärdet av två oberoende stokastiska variabler med samma fördelning som **X** . (2p)

VÄND!

1. En tvådimensionell stokastisk variabel **(X,Y)** har en sannolikhetstäthet **f(x,y)** som är proportionell mot **g** definierad av att:

**g(x,y)=xy,** för **(x,y)** **[0,1] [0,1]** och **g(x,y)**= **0** för övrigt.

Bestäm:

a. Konstanten **c** som gör att **f(x,y)=cg(x,y)** blir en sannolikhetstäthet. (1p)

b. Korrelationen mellan **X** och **Y**. (2p)

c. Kovariansen mellan **Z=XY** och **X.** (2p)

1. Några oberoende-upgifter:
2. Tre personer **a,** **b** och **c** ställer sig på måfå (i slumpmässig ordning) i en kö. Är händelserna **D** = ”**a** står före **b**” och **E** = ”**a** står precis före **c**” oberoende av varandra? Motivera. (2p)
3. Om tre händelser **A**, **B** och **C** är oberoende av varandra så är också de två händelserna **AB** och **C** oberoende av varandra. Kan du motivera det? (2p)
4. Visa att om sannolikheterna **P(D)=P(E)**= **0.6** och **P(F) = 0.7**, så följer att de två händelserna **DE** och **F \ D** ärberoende av varandra. (2p)