**MATEMATISK STATISTIK**
Göteborgs Universitet
Telefonvakt: Hossein Raufi
Tentamen

**Hjälpmedel: Typgodkänd miniräknare**
**A4-blad med anteckningar**
Datum: 2019-01-18 kl. 08.30–12.30
Telefon: 0704490237

# MSG810 Matematisk Statistik och Diskret Matematik

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: G: 12-21.5 p, VG: 22-30 p.

---

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng**. Motivera och förklara så väl du kan.

**1**. Antag att $X$ är en kontinuerlig stokastisk variabel med den potentiella täthetsfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} c(x - \frac{1}{2}x^2) & \text{om } 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

(a) Bestäm konstanten $c$ så att $f(x)$ blir en täthetsfunktion. (1 p)

(b) Beräkna väntevärdet och standardavvikelsen till $X$. (2 p)

(c) Kickans utgifter under en given dag kan betraktas som en kontinuerlig stokastisk variabel $Y$, där $Y = 700X$. Utgifterna under olika dagar kan antas oberoende av varandra. Beräkna approximativt sannolikheten att hennes totala utgifter under ett år är mindre än eller lika med 245 000 kr. Antag här att ett år har 365 dagar. (2 p)

**2**. Givet är fem oberoende mätningar

33.4  36.1  32.8  40.5  28.4

av en $N(\mu, \sigma)$-fördelad stokastisk variabel. Bestäm ett (symmetriskt) 98% konfidensintervall (avrundat till 2 decimaler) för:

(a) väntevärdet $\mu$ då $\sigma = 4$. (1 p)

(b) väntevärdet $\mu$ då $\sigma$ okänd. (1 p)

(c) standardavvikelsen $\sigma$. (1 p)

**3**. Ett bageri räknar med att få 1000 kunder under en dag. Av erfarenhet vet de att varje kund köper 3 dagsfärska limpor med sannolikheten 0.1, 2 limpor med sannolikheten 0.3, 1 limpa med sannolikheten 0.4 och inga limpor med sannolikheten 0.2.

(a) Låt $X$ vara antalet dagsfärska limpor som en på måfå vald kund köper under denna dag. Beräkna väntevärdet och standardavvikelsen till $X$. (1.5 p)

(b) Beräkna approximativt hur många limpor bageriet måste producera för att sannolikheten för att de ska ta slut under dagen ska bli högst 5%. (2.5 p)

**4**. Man har två olika maskiner som tillverkar bordsunderlägg av plats, och vill jämföra tjockleken på underläggen. Man mäter därför sju underlägg var för respektive maskin, och får följande resultat (i mm):

| Maskin 1 | 2.64 | 2.65 | 2.65 | 2.64 | 2.63 | 2.63 | 2.62 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Maskin 2 | 2.68 | 2.69 | 2.67 | 2.69 | 2.70 | 2.68 | 2.66 |

**Var god vänd!**

Antag att mätvärdena kommer från två normalfördelningar med olika väntevärden men med samma standardavvikelse. Skatta skillnaden mellan väntevärdena med ett 99% konfidensintervall, och tolka resultatet. (3 p)

**5**. Specerihandlaren Kickan har bland annat ägg till försäljning. Enligt överenkommelser med bönder som hon köper äggen av ska de ha en medelvikt på minst 60 gram. Den senaste tiden har Kickan dock börjat misstänka att äggen hon köper väger för lite. Därför vill hon efter varje leverans ta ett stickprov på 12 stycken ägg som hon väger noggrannt, och utifrån detta vill hon testa om medelvikten verkligen är som utlovats.

(a) Hjälp Kickan utforma ett sådant test på 1% signifikansnivå under antagandet att äggens vikt är $N(\mu, \sigma)$-fördelade med känd standardavvikelse $\sigma = 6.2$. (2 p)

(b) Vad är styrkan för testet i (a) då $\mu = 57$ gram? (1 p)

**6**. Man misstänker att antalet sålda exemplar av en viss vara beror linjärt på hur många rabattkuponger man har delat ut under reklamkampanjen. Under 10 olika kampanjer har man noterat följande resultat:

| Kampanj | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Kuponger | 900 | 1000 | 400 | 500 | 500 | 200 | 200 | 600 | 800 | 400 |
| Försäljning | 80 | 86 | 53 | 57 | 42 | 44 | 37 | 49 | 85 | 56 |

(a) Visa att ett linjärt samband verkar föreligga genom att beräkna korrelationskoefficienten. (1 p)

(b) Beräkna regressionslinjen. (1 p)

(c) Vid en ny kampanj tänker man dela ut 300 kuponger. Hur många varor kan man på grund av detta förväntas sälja? Besvara frågan genom att bilda ett 95% prediktionsintervall. (2 p)

Ledning: $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 3710000$, $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 37685$, $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 364700$

**7**. Pelle har 1 kr och behöver 3 kr till, dvs totalt 4 kr. För att tjäna ihop dessa spelar han följande spel med Kickan: Pelle satsar en viss summa pengar, $A$ kr, och därefter singlar Kickan en (symmetrisk) slant. Om krona kommer upp får Pelle $A$ kr från Kickan, medan om det blir klave så förlorar Pelle $A$ kr. Pelle funderar över två olika strategier: (i) Satsa 1 kr varje gång, eller (ii) Satsa allt han har varje gång.

(a) Rita figurer och ställ upp övergångsmatriserna för dessa två strategier. (2 p)

(b) Spelar det någon roll vilken strategi Pelle väljer? (Motivering, som grundar sig på beräkningar, krävs för att få poäng.) (2 p)

**8**. (a) Skriv ned den exakta matematiska definitionen av att två händelser $A$ och $B$ är (i) *oberoende*, och (ii) *disjunkta*. (1.5 p)

(b) Låt $A$, $B$ och $C$ vara tre händelser sådana att $A$ och $B$ är oberoende, och $A$ och $C$ är disjunkta. Därtill gäller att $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ och $P(A \cup B \cup C) = 0.9$. Beräkna $P(B^c \cap C)$. (2.5 p)

Lycka till!

/Hossein