

**Tentamen i TMA195 Analys och linjär algebra Kf Kb, del B, 2001–09–01**

Telefon: Anders Logg 0736 400 357  
Inga hjälpmedel. Kalkylator ej tillåten.

Varje uppgift är värd 10 poäng, totalt 50 poäng. 30 poäng krävs för godkänt. Skriv väl; endast välformulerade lösningar ger full poäng! Lösningar anslås på kursens hemsida efter tentamens slut.

1. (a) Formulera och bevisa formeln fr partiell integration.

(b) Anvnd partiell integration fr att beräkna  $g(x) = \int_0^x y^3 \exp(-y^2) dy$ . Tips:  $\frac{d}{dy} e^{-y^2} = \dots$

(c) Bestm  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ .

2. (a) Vi definierar funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x), & \text{för } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{för övrigt.} \end{cases}$$

Rita dess graf fr  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

(b) Beräkna  $F(x) = \int_0^x f(y) dy$  för  $x \geq 0$ . Rita grafen till  $F$  fr  $0 \leq x \leq \pi$ .

(c) Beräkna medelvärdet av  $f$  över intervallet  $[0, \pi]$ .

(d) Tillämpa medelvärdesatsen för integraler på detta medelvärde.

3. En kemisk reaktion sägs vara av ordning 3 om reaktionshastigheten ges av

$$u'(t) = -ku^3(t),$$

där  $u(t)$  är det reagerande ämnets koncentration vid tiden  $t$  och  $k$  en positiv konstant.

Bestäm en formel för koncentrationen som funktion av tiden  $t$  och begynnelsekoncentrationen  $u_0$ . Bestäm halveringstiden.

4. Låt

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Vad menas med vrderummet  $R(A)$  till  $A$ ?

(b) Lös ekvationerna  $Ax = b$  och  $Ax = c$ .

(c) Tillhör  $b$  och  $c$  vrderummet  $R(A)$ ?

(d) Ange en bas till  $R(A)$  och bestm vrderummets dimension. Bestm matrisens rang (p engelska "rank").

5. (a) Beskriv hur vi definierar (konstruerar) logaritmfunktionen  $\log(x)$ .

(b) Räkna upp logaritmens viktigaste egenskaper. Ange dess definitionsmängd och värdemängd.

(c) Använd definitionen för att bevisa någon av logaritmens egenskaper.

(d) Använd definitionen för att bevisa den grova uppskattningen  $1 < \log(4) < 2$ .

/stig