TMA196 Analys och linär algebra K Kf Kb, del B, 2001.
Rättelser.

91. Ett litet tillägg till lösningarna av 91.4 (b) och 91.5 (b).

93, sidan 6. Svar till 93.10 (b) $u(t) = c_1 e^{-t} + c_2 e^{2t} - \frac{3}{10}\cos(t) - \frac{1}{10}\sin(t)$.

Handskrivna föreläsningsanteckningar om egenvärdesproblemet.

sidan 8, exempel 2. Egenvektorerna ska vara

$$g_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda_1 \end{bmatrix}, \quad g_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}$$

Alltså:

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2i & 0 \\ 0 & -2i \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2i & -2i \end{bmatrix}$$

Egenvektorerna är inte ortogonala $(g_1, g_2) = \bar{g}_2^T g_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2i \end{bmatrix} = -3 \neq 0$, men $\det(P) = -4i \neq 0$ så att P är inverterbar:

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4i} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{-4i} \end{bmatrix}$$

$$x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} g_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} g_2 = c_1 e^{2it} \begin{bmatrix} 1 \\ 2i \end{bmatrix} + c_2 e^{-2it} \begin{bmatrix} 1 \\ -2i \end{bmatrix}$$

sidan 13.

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{instabilt} \iff \text{någon } \alpha_k = \operatorname{Re}\lambda_k > 0 \\ \text{asymptotiskt stabilt} \iff \text{alla } \alpha_k = \operatorname{Re}\lambda_k < 0 \end{array}}$$

2001-12-13 /stig