TMV035 Analys och linär algebra K Kf Bt, del A, 2005.
Sammanfattning. Läsanvisningar inför tentamen.

kap 5. De hela talen.
kunna räknereglerna för de hela talen
absolutbelopp, intervall

kap 7. De rationella talen.
kunna räknereglerna för de rationella talen
absolutbelopp, intervall, periodisk decimalutveckling
visa att periodisk decimalutveckling är lika med rationellt tal

kap 8. Pythagoras och Euklides.
8.2 Pythagoras sats
8.7–8.8 Trigonometriska formler

kap 9. Funktion.
funktion, definitionsmängd, målmängd, värdemängd, graf

kap 10. Polynomfunktioner.
kunna rita linjära funktioner $y = mx + b$, känna betydelsen av m och b
kunna rita kvadratiska funktioner $y = x^2$, $y = -x^2$, $y = ax^2 + c$, $y = (x - d)^2$, och slutligen $y = ax^2 + bx + c$ genom komplettering av kvadraten $y = a(x - d)^2 - d^2 + c$, $d = b/(2a)$.
att kunna räkna med polynom: bilda linjär kombination, multiplicera, likhet mellan polynom, summabeteckning
styckvisa polynom

kap 11. Kombinera funktioner.
olika sätt att kombinera gamla funktioner och på så vis bilda nya funktioner
bilda linjär kombination: $(\alpha f + \beta g)(x) = \alpha f(x) + \beta g(x)$
produkt och kvot av funktioner: $(fg)(x) = f(x)g(x)$, $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$,
rationella funktioner “polynom genom polynom”
polynomdivision
sammansättning av funktioner $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

kap 12. Lipschitz-kontinuitet.
kunna definition av Lipschitz-kontinuitet
kunna räkna ut Lipschitz-konstant för de enklaste fallen: $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$, $f(x) = x^{-1}$, $f(x) = \sqrt{x}$
kunna visa att summan av två Lipschitz-funktioner är Lipschitz, AMBS 12.5
veta att produkt, kvot och sammansättning av Lipschitz-funktioner ger Lipschitz-funktioner
veta vad begränsad funktion är AMBS 12.6

kap 13. Följder och gränsvärden.
skip 13.2–4
kunna definition av gränsvärde och konvergens
kunna visa att om a_n är konvergent och f är Lipschitz så är $f(a_n)$ konvergent och $\lim f(a_n) = f(\lim a_n)$, Teorem 13.1
kunna beräkna gränsvärden utgående från de grundläggande gränsvärdena:

$$\lim_{n\to\infty} n^{-p} = 0, \quad \text{om } p > 0$$

$$\lim_{n\to\infty} r^{-n} = \begin{cases} 0 & \text{om } |r| < 1 \\ 1 & \text{om } r = 1 \end{cases} \quad \text{divergent annars}$$

och kombination av dessa med hjälp av regler för gränsvärde.

kap 14. Kvadratroten ur 2.
kunna visa att kvadratroten ur 2 inte är rationellt tal
kunna bisektionsalgoritmen
kunna definition av Cauchy-följd, AMBS 14.5
kunna visa att de enkla fallen är Cauchy: $a_n = 1/n$, $a_n = 1/n^2$

kap 15. Reella talen.
kunna sambandet Cauchy-följd – decimalutveckling – reellt tal
kunna visa att om x_j är Cauchy och f är Lipschitz så är $f(x_j)$ också Cauchy, AMBS 15.11

kap 16. Bisektionsalgoritmen.
kunna Bolzanos sats och dess bevis, roten är unik om f är strängt monoton
obs bevisets fyra steg:
1. algoritm (som ger en följd x_i)
2. x_i är Cauchy-följd: $x_i - x_j \to 0$, $\bar{x} = \lim x_i$
3. $\bar{x}$ löser ekvationen: $f(\bar{x}) = \lim f(x_i) = 0$
4. unik lösning
känna till invers funktion (se föreläsningsanteckningar)
kunna satsen om mellanliggande värden
skip 16.3

kap 18. Funktionen $y = x^r$.
hur man konstruerar potensfunktionen $y = x^r$, $r = p/q$, genom att lösa ekv $y^q = x^p$ med avseende på y
räkneregler för potenser

kap 19. Fixpunkter och kontraktionsavbildning.
omskrivning av ekv mellan "rotform" $f(x) = 0$ och "fixpunktsform" $x = g(x)$
kunna bevisa kontraktionsavbildningssatsen Teorem 19.1
obs bevisets fyra steg:
1. algoritm (som ger en följd x_i)
2. x_i är Cauchy-följd: $x_i - x_j \to 0$, $\bar{x} = \lim x_i$
3. $\bar{x}$ löser ekvationen: $\bar{x} = \lim x_{i+1} = \lim g(x_i) = g(\bar{x})$
4. unik lösning

kap 20. Geometri i planet.
vektor, norm, skalärprodukt, ortogonalitet, projektion, rotation, vektorprodukt, a, b parallella om och endast om $a \times b = 0$ Teorem 20.4, area av triangel och parallellogram
matrisbeteckning 20.36, skippa resten av 20.31–48, vi återkommer till det i del B

kap 21. Geometri i rummet.

vektor, norm, skalärprodukt, ortogonalitet om och endast om $a \cdot b = 0$, projektion, vektorprodukt, a, b parallella om och endast om $a \times b = 0$, volym av parallellepiped, trippelprodukt, linjen och planet

skippa 21.19–32, vi återkommer till det i del B

kap 22. Komplexa tal.

kunna räkna med komplexa tal, polär form

känna till algebrans fundamentalsats och faktorisering av polynom med hjälp av rötter

kap 23. Derivatan.

kunna derivatans definition 23.4

kunna beräkna derivatan utgående från definitionen för de enklaste fallen: $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$, $f(x) = x^{-1}$, $f(x) = \sqrt{x}$

derivatan som differenskvot 23.12

numerisk beräkning av derivata (utan bevis) 23.13

Teorem 23.1 med bevis

kap 24. Deriveringsregler.

kunna använda alla deriveringsregler (ej bevis)

skippa 24.8 (Taylors formel kommer i ALA-B.)

kap 25. Newtons metod.

kunna visa att fixpunktsiterationen är linjärt konvergent i allmänhet men kvadratiskt konvergent om $g'(\bar{x}) = 0$, AMBS 25.2 (enklare i föreläsningsanteckningarna)

kunna motivera Newtons metod, AMBS 25.3

geometrisk tolkning AMBS 25.5

stoppvillkor 25.7

skippa 25.6, 8

90. Linjärisering. Newtons metod. (föreläsningsanteckningar på websidan för vecka 7)

definition av derivatan $f'(x)$ (Jacobi-matrisen) för funktion $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$

partiell derivata, linjäriserad funktion

kunna beräkna Jacobi-matris

formulera Newtons metod för system av ekvationer $f(x) = 0$

kunna beräkna en iteration av Newtons metod för ett enkelt system av 2 ekvationer

`2005-10-12 /stig`