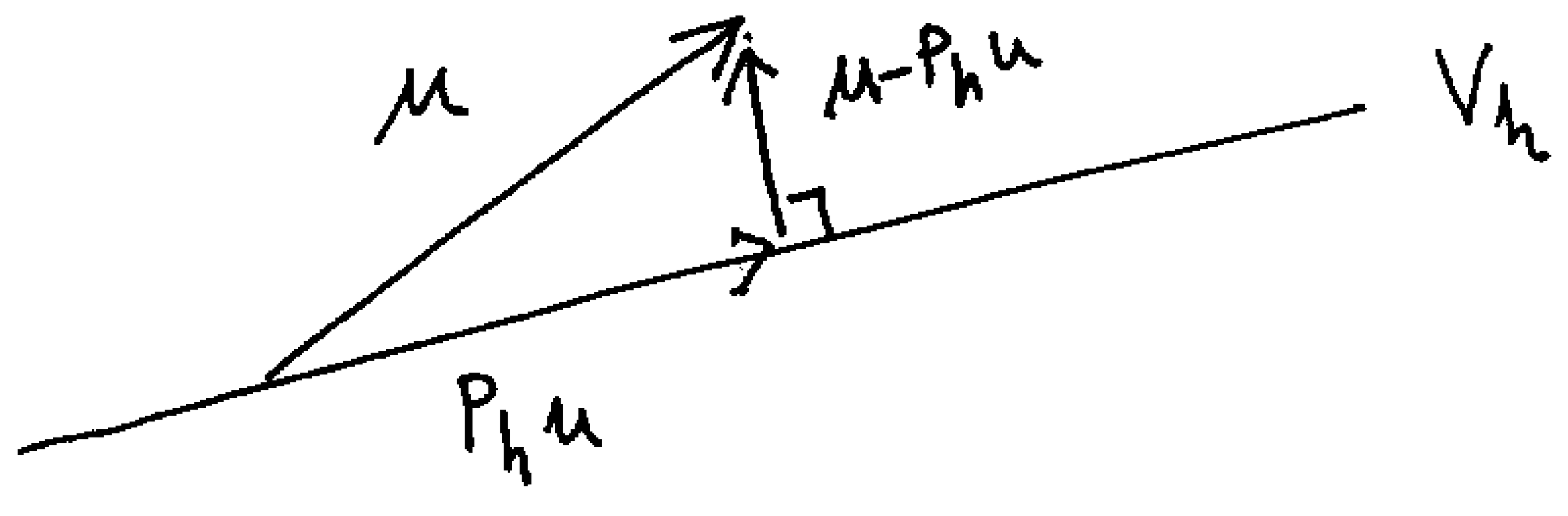
(f) L^2-projektionen $P_h u$ av u på V_h ges av

$$(1) \quad \int_I (u - P_h u) \cdot v \, dx = 0 \quad \text{för varje } v \in V_h$$



(g) $\|u - u_h\|^2_{L^2(I_1)} = (u - u_h, u - u_h)$

$= (u - u_h, u - v) + \underbrace{(u - u_h, v - u_h)}_{=0}$ ty $u - u_h$ är ortogonal mot alla element i V_h och $v - u_h \in V_h$

Cauchy-Schwarz

$\leq \|u - u_h\| \, \|u - v\|$

$\Rightarrow \|u - u_h\| \leq \|u - v\|$

Notera speciellt att

$$\|u - u_h\|_{L^2(I_1)} \leq \|u - \pi_h u\|_{L^2(I_1)} \leq C_2 .$$